

jest to możliwe. Przypuśćmy, że pewien program P_j oblicza funkcję F . Wtedy dla każdego $i \in \mathbb{N}$ mamy $P_j(i) = F(i)$. Z drugiej jednak strony z definicji funkcji F otrzymujemy $F(j) = 1 + P_j(j)$. A zatem $P_j(j) = F(j) = 1 + P_j(j)$, sprzeczność. Już tu widać, że pewnych sensownych problemów nie da się rozwiązać, to znaczy nie istnieje program, który oblicza funkcję F . My szukamy jednak problemu decyzyjnego, który nie ma rozwiązania, a obliczenie funkcji F to problem obliczeniowy.

O taki jednak nietrudno. Udowodnimy, że słynny Problem Stopu jest nierozstrzygalny, to znaczy, że nie istnieje żaden program, który go rozwiązuje. Problem ten jest następujący: mamy dany program P , pytanie brzmi, czy P zatrzymuje się dla dowolnego wejścia, tzn. czy nie działa przypadkiem w nieskończoność dla któregoś z nich. Wróćmy jednak na chwilę do poprzedniego rozważanego zagadnienia: jak to – nie można obliczyć funkcji F ? Jeśli chcemy obliczyć $F(j)$, to wystarczy przeglądać programy od najkrótszych aż w końcu znajdziemy ten j -ty, czyli P_j . Wtedy każemy mu obliczyć $P_j(j)$ i na końcu dodamy 1. Coś tu nie gra, gdzie jest błąd? Błąd jest w założeniu, że możemy znaleźć j -ty program. Trochę wynika on z tego, że nie zdefiniowaliśmy porządku, czym jest program. Nie każdy przecież tekst jest programem. Przyjmijmy więc, że program to poprawny tekst w pewnym ustalonym języku programowania. To można łatwo sprawdzić, są kompilatory różnych języków programowania, które sprawdzają, czy dany tekst jest istotnie kodem programu w wybranym języku. Wymagamy jednak jeszcze od programu, żeby zawsze się kończył i zwracał jakąś liczbę. Istotnie: to wymaganie jest konieczne, żeby w ogóle mówić, iż program definiuje jakąś funkcję. I tu właśnie jest haczyk. Gdybyśmy umieli sprawdzać, czy dany program zawsze się kończy, to umielibyśmy zrealizować opisaną wyżej procedurę obliczania funkcji F . Wiemy jednak, że funkcja F jest nieobliczalna, więc nie może istnieć metoda sprawdzania, czy dany program się zawsze kończy.

W ten sposób wykazaliśmy, że problem stopu istotnie jest nierozstrzygalny. Pierwszy zrobił to Alan Turing, jeden z pionierów informatyki, w 1936 roku. Przedstawiony dowód jest jednak nieco inny, bardziej bezpośrednio stosuje metodę przekątniową.

Problemów nierozstrzygalnych jest wiele, problem stopu nie jest tu jakiś wyjątkowy. Nierozstrzygalne są m.in. problem istnienia rozwiązań równań diofantycznych, obliczania złożoności Kolmogorowa (patrz *Delta* 8/2012, artykuł *Nieemożliwy skrót*), pytanie, czy da się ułożyć nieskończoną płaszczyznę z ustalonego zbioru kolorowych kafelków, tak by kolory do siebie pasowały i wiele, wiele innych. To jednak temat na zupełnie inną opowieść.

Zazwyczaj w Problemie Stopu pyta się, czy program P zatrzymuje się dla konkretnego wejścia, opisana wersja jest jednak równoważna, a nam wygodniej z niej korzystać.



Bajka o Gadającym Neutrinie

Nigdy już się nie spotkamy – rzuciło Neutrino do Kwantu wyjątkowo twardego promieniowania gamma – i od razu uciekło ze Słońca. Osem minut później przeleciało na wskroś jądro Ziemi i śpiącego Autora tej bajki i pomknęło dalej w kierunku granic Galaktyki. Kwant nie odpowiedział, zajęty przeciskaniem się przez potworny tłok cząstek stłamszonych w środku Słońca. Dopiero za tysiąc lat miał szansę wydostać się na powierzchnię chromosfery, osłabiony, poźółkły, oklapły i wyglądający jak – za przeproszeniem – Foton. Ale wtedy to już szukają wiatru w polu.

Neutrino zaś gnało przed siebie z szybkością światła. W tym samym czasie naukowcy kłócili się, czy Neutrino oprócz nazwy i odrobiny energii ma cokolwiek jeszcze. Nawet przyznali sobie Nagrodę Nobla za odkrycie, że Neutrino potrafi oscylować, więc masę mieć musi.

Ale skoro tak, to nie może mieć szybkości światła. Neutrino miało to w nosie. To znaczy, nosa nie miało, ale to też miało w nosie.

Może Cię dziwić, dlaczego zwracam Ci głowę losami Neutrina. Zastanów się chwilę. Co sekundę przez każdy centymetr kwadratowy przekroju Twojego ciała przenika 70 000 000 000 neutrin. Prędzej czy później ktoś odkryje, jak je wykorzystać w praktyce. A zaraz potem powiedzą Ci, że masz od tego płacić podatki. Wcale nie żartuję – z elektrycznością to jak było?

Co prawda, na Słońcu neutrina i kwanty gamma powstają razem w ekstremalnych warunkach, ale na Ziemi łatwiej o neutrina z rozpadu atomów potasu. Dlatego jeżeli ktoś zapyta Cię, co to jest – małe, czerwone, okrągłe i emituje neutrina – odpowiedz śmiało: Pomidor.

Krzysztof KICIAK