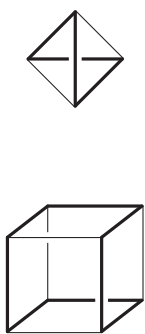


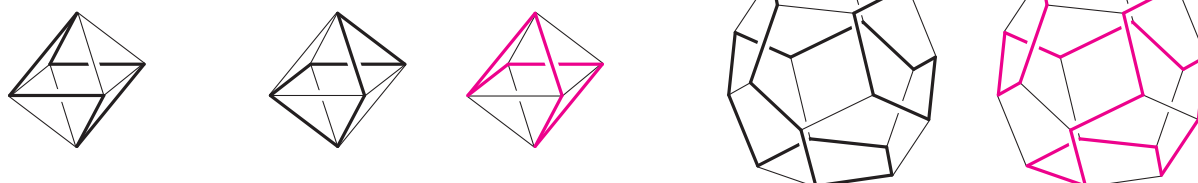
## Cykle Hamiltona na wielościanach foremnych

Zadanie 44 w książce *100 zadań* Hugona Steinhausa dotyczy zamkniętych dróg po krawędziach wielościanu foremnego, które przechodzą dokładnie jeden raz przez każdy wierzchołek, czyli złożonych z krawędzi cykli Hamiltona. Chodzi o to, aby znaleźć wszystkie kształty takich cykli i policzyć, ile ich jest (z dokładnością do położenia) dla każdego wielościanu foremnego.



W oczywisty sposób stwierdzamy, że dla czworokąta i sześcianu otrzymujemy jeden kształt, trudniej zauważyć, że dla ośmiościanu jest ich trzy (w tym para lustrzana), a już całkiem trudno, że dla dwunastościanu jest tylko jedna lustrzana para. Te są tu narysowane. Polecamy natomiast Czytelnikom sprawdzenie, że dla dwudziestościanu jest 16 par lustrzanych i jeszcze jeden pojedynczy, a więc razem 33.

M.K.



## Zadania

Redaguje Tomasz TKOCZ

**M 1477.** Dany jest ciąg dodatnich liczb całkowitych  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Ruch polega na wyborze dwóch takich indeksów  $i < j$ , że  $a_i$  nie dzieli  $a_j$ , i zastąpieniu liczb  $a_i, a_j$  przez odpowiednio ich największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność. Udowodnić, że nie jest możliwe wykonanie nieskończenie wielu ruchów.

Rozwiązanie na str. 16

**M 1478.** Wykazać, że jeśli liczby całkowite dodatnie  $m$  i  $n$  spełniają  $0 < n\sqrt{7} - m$ , to wówczas  $n\sqrt{7} - m > \frac{1}{m}$ .

Rozwiązanie na str. 8

**M 1479.** Wykazać, że w grafie prostym (tj. skończonym zbiorze wierzchołków, spośród których pewne są połączone nieskierowanymi pojedynczymi krawędziami, bez pętli) o co najmniej dwóch wierzchołkach istnieją dwa wierzchołki o tym samym stopniu.

*Uwaga.* Stopień wierzchołka to liczba krawędzi w nim zaczepionych.

Rozwiązanie na str. 2

Przygotował Andrzej MAJHOFER

**F 893.** Koło wodne napędza generator prądu małej elektrowni wodnej.

Umieszczone na obwodzie koła łopatki popychane są przez wodę przepływającą pod kołem z prędkością  $v$ . Przy jakiej prędkości  $u$  ruchu łopatek koła elektrownia osiąga maksymalną moc? Dla uproszczenia pominiemy efekty związane z zanurzeniem i wynurzeniem łopatek i zmiany ich ustawienia względem prędkości rzeki.

Rozwiązanie na str. 10

**F 894.** Prostopadłościenne naczynie (akwarium) wypełnione jest wodą do wysokości  $H$ . Pchnięcie naczynia w kierunku równoległym do jego ściany bocznej o długości  $L$  wywołuje kołysanie wody, której powierzchnia pozostaje niemal doskonale płaska. Ile, w przybliżeniu, wynosi okres takich drgań? Zakładamy, że podczas drgań zmiany położenia powierzchni wody są małe w porównaniu z  $H$  i  $L$ . Przyspieszenie ziemskie wynosi  $g$ .

*Wskazówka:* Jak porusza się środek ciężkości wody?

Rozwiązanie na str. 5

