Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

www.sem.edu.pl

Siłą czy sposobem? VII konferencja SEM

W dniach 24–26 października 2014 roku odbyła się kolejna – siódma już – konferencja organizowana przez Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej. Konferencja była okazją do spotkania się osób z różnych środowisk zaangażowanych w edukację matematyczną, popularyzację matematyki i pracę z młodzieżą uzdolnioną matematycznie. Do Ameliówki koło Kielc przyjechało około 180 nauczycieli matematyki i pracowników wyższych uczelni. Tytuł konferencji skłaniał do zastanowienia się nad różnymi sposobami rozwiązywania zadań i problemów matematycznych. Czasem zauważenie pewnej zależności, dorysowanie odpowiedniej „kreski", czy właściwe pokolorowanie rysunku powoduje, że zadanie, które wydaje się trudne i wymaga wielu rachunków, staje się proste, krótkie i przyjemne. Wszyscy lubimy takie rozwiązania – wywołują one efekt zaciekawienia, zadziwienia i zachwytu. O takich „sposobach" rozwiązywania trudnych zadań matematycznych mówili prelegenci. Mówiono również sporo o potrzebie uczenia rzetelnego rzemiosła matematycznego, niezbędnego w rozwiązywaniu problemów. Konferencja pokazała po raz kolejny, jak bardzo potrzebne są tego rodzaju spotkania osób z różnych środowisk zainteresowanych pokazywaniem piękna matematyki.

25 października wieczorem odbyło się Walne Zgromadzenie członków SEM. Wybrano nowe władze SEM na kadencję 2014–2019. Przewodniczącym Zarządu SEM został ponownie wybrany Krzysztof Chełmiński, a członkami Zarządu SEM zostali: Irena Brzozowska, Andrzej Fryszkowski, Renata Jurasińska, Michał Krych, Artur Miśkiewicz, Barbara Roszkowska-Lech i Tomasz Szymczyk.

W trakcie wykładów zaprezentowano sporo ciekawych problemów i zadań do wykorzystania w pracy z uczniami w szkole i na zajęciach pozalekcyjnych. Odpowiedź na pytanie ***siłą czy sposobem?*** wydawała się oczywista: ***siłą i sposobem!*** Zaprezentowano wiele interesujących przykładów rozwiązań zadań, prezentujących zarówno „siłę", jak i „sposób".

Zachęcając wszystkich zainteresowanych do zapoznania się z programem i materiałami z konferencji na stronie `http://sem.edu.pl/konferencja-2014`, przedstawiamy jedno z zadań, z wykładu *Wiele jest dróg*.

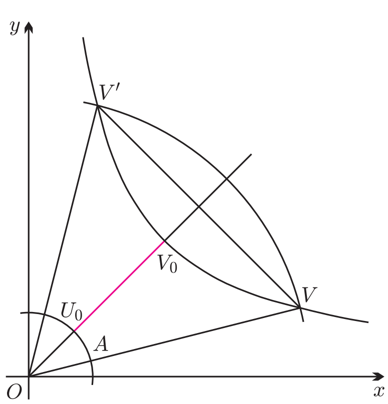
Zadanie pochodzi z amerykańskiego konkursu *Putnam Competition* z 1984 roku i można je rozwiazać, wykorzystując rachunek różniczkowy funkcji dwóch zmiennych.

Zadanie. *Znaleźć najmniejszą wartość funkcji*

$$f(u,v) = (u-v)^2 + \left(\sqrt{2-u^2} - \frac{9}{v}\right)^2,$$

dla $0 < u < \sqrt{2}$, $v > 0$.

Rozwiązanie. Zauważmy najpierw, że $f(u,v)$ to kwadrat odległości między punktami $U = (u, \sqrt{2-u^2})$ oraz $V = (v, \frac{9}{v})$.



Pierwszy punkt leży na okręgu o zadanym równaniem $x^2 + y^2 = 2$ (a dokładniej na jego części znajdującej się w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych), a drugi na gałęzi hiperboli $y = \frac{9}{x}$, dla $x > 0$. Aby znaleźć najmniejszą wartość funkcji f, wystarczy znaleźć odległość okręgu $x^2 + y^2 = 2$ od hiperboli $y = \frac{9}{x}$. Niech V będzie wybranym punktem na hiperboli, a punkt A punktem przecięcia o z odcinkiem OV, gdzie O jest środkiem układu współrzędnych (patrz rysunek). Odległość punktu V od o jest równa długości odcinka AV. Niech punkt V' będzie symetryczny do V względem prostej $y = x$. Odległość V od o jest równa odległości V' od o. Ponadto, z wypukłości funkcji $y = \frac{9}{x}$ dla $x > 0$ wynika, że punkt $V_0 = (3,3)$ znajduje się po przeciwnej stronie prostej VV' niż łuk okręgu o środku w punkcie O i promieniu równym długości odcinka OV łączący punkty V i V' (patrz rysunek). Zatem odległość V_0 od o jest mniejsza niż odległość V od o. Z dowolności V wynika, że najmniejsza wartość funkcji $f(u,v)$ jest równa kwadratowi długości odcinka V_0U_0, gdzie $U_0 = (1,1)$, czyli 8.

Krzysztof CHEŁMIŃSKI i Barbara ROSZKOWSKA-LECH