Polszczyzna z włoszczyzną

Andreas BARTZ

Alfametyk to formalny rachunek na literach, dla którego można znaleźć taką odpowiedniość między literami a cyframi, że – po podstawieniu – otrzymamy poprawny rachunek arytmetyczny. Alfametyk jest podwójnie prawdziwy, gdy początkowy napis był zdaniem prawdziwym.

Więcej o alfametykach można znaleźć w *Delcie* 8/2011.

Pierwsze alfametyki ukazały się drukiem zaledwie 11 lat po pojawieniu się w *New York World* (21.12.1913) pierwszej krzyżówki i na wiele lat przed erą komputerów. Miały przeważnie postać pisemnego dodawania pewnej niewielkiej liczby słów (alfametyki addytywne). Nic dziwnego – musiały być rozwiązywalne bez pomocy obliczeniowych środków technicznych.

Współcześnie alfametyk pojmuje się nieco ogólniej jako relację równości, dającą się przedstawić w postaci $W = 0$, gdzie W jest wielomianem słów. Stopniem alfametyku jest stopień tegoż wielomianu.

Coraz częściej też publikowane są zadania niezwykle efektowne i niesłychanie trudne, prezentujące ekstremalne właściwości połączenia języka naturalnego i arytmetyki. Są one często adresowane nie do specjalistów łamania głowy, lecz do mistrzów sztuki programowania.

Polskie czasopisma publikują niemal wyłącznie alfametyki w systemie dziesiętnym i na ogół stopnia pierwszego. A szkoda. Polszczyzna daje niekiedy szanse unikalne lub rzadko spotykane w innych językach, szanse, których inne języki mogą nam pozazdrościć. Jako przykład może posłużyć proporcja z porami roku w systemie trzynastkowym:

$$\frac{\mathtt{WIOSNA}}{\mathtt{LATO}} = \frac{\mathtt{JESIEŃ}}{\mathtt{ZIMA}}$$

J	E	S	I	Ń	L	A	T	O	W	N	Z	M
5	3	4	A	7	6	B	0	8	2	9	C	1

Wyprawa w systemy pozycyjne o wyższych podstawach nie jest pozbawiona niebezpieczeństwa konfrontacji z poważnymi błędami – na przykład

$$(\mathtt{BŁĄD})^2 = \mathtt{WIELBŁĄD}$$

ma inne rozwiązanie w systemie o podstawie 14,
a inne w systemie o podstawie 15.

W	I	E	L	B	Ł	Ą	D
C	4	3	B	D	1	A	8

W	I	E	L	B	Ł	Ą	D
C	7	B	E	D	A	8	6

Ograniczmy się w dalszych rozważaniach do alfametyków podwójnie prawdziwych. W polszczyźnie możliwości ich konstruowania są znacznie gorsze niż w wielu innych językach. Do takiego wniosku nietrudno dojść, przyglądając się statystyce liczebników głównych z zakresu od 1 do 10 w dziesięciu wybranych językach europejskich.

n	m	język
17	4,3	niemiecki
14	3,9	angielski
16	3,2	szwedzki
12	2,9	duński
16	4,2	grecki
19	5,4	polski
18	4,7	rosyjski
13	4,3	włoski
14	4,3	hiszpański
16	3,9	francuski

n to liczba różnych liter występujących w liczebnikach,
m to średnia długość liczebnika.

Nasza mowa ojczysta prowadzi, jak widać (patrz tabelka na marginesie), suwerennie w obu kategoriach. Jak nietrudno się domyślić, im większe m i n, tym trudniej o efektowne alfametyki. Gdyby uwzględnić nasze kilometrowej długości liczebniki główne z grup *naście, *dzieści i *dziesiąt, to rezultaty porównania byłyby dla polszczyzny katastrofalne. Inaczej ma się sprawa dla przykładu z językiem włoskim. Choć włoszczyzna kojarzy się najczęściej z zupą, świetnie nadaje się także do konstruowania alfametyków podwójnie prawdziwych. Aby nie być gołosłownym – kilka przykładów, które podobnie jak wszystkie inne alfametyki w tym artykule, są mego autorstwa, nie były dotąd publikowane i mają dokładnie jedno rozwiązanie.

Dwa „niepowtarzalne” (każdy liczebnik występuje tylko jednokrotnie):

$\mathtt{DUECENTO} + \mathtt{CENTOOTTO} + \mathtt{CENTOSETTE} + \mathtt{CENTODUE} +$
$\mathtt{VENTINOVE} + \mathtt{VENTOTTO} + \mathtt{VENTIDUE} + \mathtt{VENTUNO} + \mathtt{VENTI} +$
$\mathtt{DICIOTTO} + \mathtt{DODICI} + \mathtt{NOVE} + \mathtt{OTTO} + \mathtt{SETTE} + \mathtt{SEI} + \mathtt{DUE} + \mathtt{UNO} = \mathtt{SETTECENTO}$

$(200 + 108 + 107 + 102 + 29 + 28 + 22 + 21 + 20 + 18 + 12 + 9 + 8 + 7 + 6 + 2 + 1 = 700)$

D	U	E	C	N	T	O	S	V	I
2	4	8	6	3	5	9	7	1	0

$\mathtt{SEICENTO} + \mathtt{CENTODUE} + \mathtt{CENTO} + \mathtt{VENTISEI} + \mathtt{VENTUNO} +$
$\mathtt{SEDICI} + \mathtt{UNDICI} + \mathtt{OTTO} + \mathtt{SETTE} + \mathtt{SEI} + \mathtt{DUE} + \mathtt{UNO} = \mathtt{NOVECENTO}$

$(600 + 102 + 100 + 26 + 21 + 16 + 11 + 8 + 7 + 6 + 2 + 1 = 900)$

S	E	I	C	N	T	O	D	U	V
9	6	0	5	2	1	3	8	4	7

Duet:

UNODETAVIC
9267130485

$2 \times$ DODICI $+$ UNDICI $+ 2 \times$ DIECI $+$ NOVE $+$ OTTO $+ 5 \times$ DUE $+ 8 \times$ UNO $=$ NOVANTA
DICIOTTO $+ 6 \times$ DIECI $+ 4 \times$ OTTO $+ 12 \times$ DUE $+ 66 \times$ UNO $=$ DUECENTO

$(2 \cdot 12 + 11 + 2 \cdot 10 + 9 + 8 + 5 \cdot 2 + 8 \cdot 1 = 90$
$18 + 6 \cdot 10 + 4 \cdot 8 + 12 \cdot 2 + 66 \cdot 1 = 200)$

Trio:

OTTOCENTO $+$ VENTOTTO $+$ VENTUNO $+ 2 \times$ DODICI $+ 2 \times$ NOVE $+$ TRE $+ 3 \times$ DUE $=$ NOVECENTO
TRENTUNO $+ 11 \times$ NOVE $+ 17 \times$ OTTO $+ 7 \times$ TRE $+ 13 \times$ UNO $=$ TRECENTO
VENTI $+ 3 \times$ NOVE $+ 4 \times$ OTTO $+ 3 \times$ TRE $+ 2 \times$ DUE $+ 8 \times$ UNO $=$ CENTO

UNODETRVIC
7213540698

$(800 + 28 + 21 + 2 \cdot 12 + 2 \cdot 9 + 3 + 3 \cdot 2 = 900$
$31 + 11 \cdot 9 + 17 \cdot 8 + 7 \cdot 3 + 13 \cdot 1 = 300$
$20 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 8 \cdot 1 = 100)$

Dwa tautogramowe (wszystkie słowa zaczynają się taką samą literą):

DICOTEUN
53901764

DICIOTTO $+ 5 \times$ DODICI $+ 6 \times$ DIECI $+ 31 \times$ DUE $=$ DUECENTO

$(18 + 5 \cdot 12 + 6 \cdot 10 + 31 \cdot 2 = 200)$

DICOTEUN
80934127

DICIOTTO $+$ DODICI $+ 5 \times$ DIECI $+ 60 \times$ DUE $=$ DUECENTO

$(18 + 12 + 5 \cdot 10 + 60 \cdot 2 = 200)$

* * *

Skonstruowanie polskiego układu alfametyków w systemie dziesiętnym to marzenie ściętej głowy. Marzenie to oraz chęć „zatrudnienia” polskich liczebników dłuższych i przez to mniej przydatnych do budowania alfametyków skłoniła mnie do prób konstruowania przykładów bardziej wyrafinowanych:
– niekoniecznie liniowych,
– o dowolnych podstawach.

```
  JEDEN
  JEDEN
  JEDEN
  JEDEN
  JEDEN
+ JEDEN
-------
  SZEŚĆ
```

w systemie o podstawie 8

ĆDEJNSŚZ
24017653

(DWA)^2 $=$ CZTERY

w systemie o podstawie 9

DWACZTERY
615420837

DWA $\times$ (DWA $+$ JEDEN) $+$ DWA $+$ JEDEN $=$ DZIEWIĘĆ

o podstawie 11

DWAJENZIĘĆ
496A718235

(PIĘĆ)^2 $=$ DZIESIĘĆ $+$ DZIEWIĘĆ $+$ SZEŚĆ

w systemie o podstawie 11

DZIESĘĆWPŚ
438716059A

(w systemie dziesiętnym trzy rozwiązania!)

(DWA)^3 $+$ DWA $=$ DZIESIĘĆ

w systemie o podstawie 11

DWAZIESĘĆ
32A187409

```
  JEDEN
  JEDEN
  JEDEN
    DWA
+   DWA
-------
 SIEDEM
```

w systemie o podstawie 9

JEDNWASIM
784013256

(TRZY)^2 $=$ DZIEWIĘĆ

w systemie o podstawie 13

TRZYDIEWĘĆ
8C196A52B3

TRZY $\times$ CZTERY $+$ TRZY $-$ CZTERY $=$ JEDENAŚCIE

w systemie o podstawie 15

CZTERYJDNAŚI
C1B4789053A2

(TRZY)^2 $+$ (DWA $+$ DWA)^2 $=$ (PIĘĆ)^2

w systemie o podstawie 12

TRZYDWAPIĘĆ
7BA39028165

TRZY $\times$ CZTERY $=$ DWANAŚCIE

w systemie o podstawie 16

CZTERYDWANŚI
18209C3EA6D5

(PIĘĆ $-$ TRZY)^2 $=$ CZTERY

w systemie o podstawie 11

TRZYPIĘĆCE
37492A8156

TRZY $\times$ CZTERY $+$ TRZY $=$ PIĘTNAŚCIE

w systemie o podstawie 16

CZTERYPIĘNAŚ
CFB281960D47

TRZY × CZTERY + CZTERY = SZESNAŚCIE

w systemie o podstawie 13

C	Z	T	E	R	Y	S	N	A	Ś	I
7	2	5	0	9	C	3	4	6	8	A

TRZY × CZTERY + CZTERY = SZESNAŚCIE

w systemie o podstawie 16

C	Z	T	E	R	Y	S	N	A	Ś	I
9	7	5	4	D	B	3	2	0	A	1

TRZYDZIEŚCI + TRZYSTA = TRZYSTATRZY + 5 × TRZY + 3 × CZTERY

w systemie o podstawie 11

T	R	Z	Y	D	I	E	Ś	C	S	A
2	6	1	7	9	0	3	4	5	A	8

$(\texttt{TRZY})^2$ + TRZY = (CZTERY + DWA) × DWA

w systemie o podstawie 10

C	Z	T	E	R	Y	D	W	A	⋆
3	6	9	0	7	1	2	5	8	4

Przy podstawach większych od 10 istnieją nawet układy polskich alfametyków podwójnie prawdziwych:

TRZY + DWA = PIĘĆ

DWA × DWA + DWA = SZEŚĆ

w systemie szesnastkowym

T	R	Z	Y	D	W	A	P	I	Ę	Ć	S	E	Ś
9	E	D	3	1	8	F	A	0	6	2	4	B	C

TRZY + DWA = PIĘĆ

JEDEN + JEDEN + JEDEN + JEDEN = CZTERY

w systemie szesnastkowym

T	R	Z	Y	D	W	A	P	I	Ę	Ć	E	J	N	C
B	9	2	8	E	0	D	C	7	3	5	A	4	6	1

4 × JEDEN + DWA = SZEŚĆ

6 × JEDEN + DWA = OSIEM

w systemie szesnastkowym

J	E	D	N	W	A	S	Z	Ś	Ć	O	I	M
1	8	E	D	3	C	6	4	7	0	9	5	A

2 × JEDEN + 2 × DWA = SZEŚĆ

4 × JEDEN + 2 × DWA = OSIEM

w systemie czternastkowym

J	E	D	N	W	A	S	Z	Ś	Ć	O	I	M
1	3	B	4	8	D	2	9	A	6	5	C	0

Więcej podobnych problemów można znaleźć w *Delcie* 8/2011.

Zbiór sam w sobie

*Piotr CHRZĄSTOWSKI-WACHTEL**

Wiadomo, że elementami zbiorów mogą być inne zbiory. Ale czy zbiór może sam być swoim elementem? Czy może się zdarzyć, że $A \in A$? Można spróbować wyobrazić sobie podjęcie próby zdefiniowania czegoś w rodzaju granicy ciągu jednoelementowych zbiorów $A, \{A\}, \{\{A\}\}, \ldots$, ale w ramach teorii zbiorów trudno sobie wyobrazić, jak można by, na przykład, zinterpretować napis zaczynający się i kończący nieskończoną liczbą kropek $A = \ldots\{\{\{\ldots\{\{A\}\}\ldots\}\}\}\ldots$ wyrażający próbę zapisania takiego zbioru, w dodatku jednoelementowego! Porzućmy ten trop.

Czy jest w ogóle możliwe, żeby było $A = \{A, \ldots\}$, czyli żeby zbiór A miał jako element siebie i oprócz tego być może jeszcze coś? Nazwijmy zbiory, które spełniają taki warunek *samowsobnymi*. Istnienie takiego fenomenu, jak zbiór mający samego siebie wśród swoich elementów doprowadziło do słynnego paradoksalnego odkrycia Georga Cantora, że nie istnieje zbiór wszystkich zbiorów. Bo gdybyśmy założyli jego istnienie, to dałoby się go podzielić na dwa podzbiory: zbiorów takich, które należą do siebie, czyli są samowsobne, i pozostałych, czyli w miarę normalnych. Zatem istniałby zbiór $\mathscr{A}$ złożony z wszystkich zbiorów normalnych, a próba odpowiedzi na pytanie, czy taki zbiór $\mathscr{A}$ należy do siebie, czy też nie, prowadzi do nieuchronnej sprzeczności. Przyjęcie założenia, że $\mathscr{A} \in \mathscr{A}$, oznacza, że $\mathscr{A} \notin \mathscr{A}$, bo przecież $\mathscr{A}$ składa się właśnie z takich zbiorów, które do siebie nie należą. Zaś przyjęcie założenia, że $\mathscr{A} \notin \mathscr{A}$, oznacza, że $\mathscr{A} \in \mathscr{A}$, bo przecież w $\mathscr{A}$ są wszystkie zbiory normalne. Otrzymana sprzeczność dowodzi tego, że przyjęte założenie o istnieniu zbioru wszystkich zbiorów jest fałszywe, więc taki zbiór nie może istnieć.

Zauważmy, że w powyższym rozumowaniu w ogóle nie jest istotne, czy istnieje choć jeden taki zbiór samowsobny. Mogłoby się wydawać, że zbiór samowsobny

*Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Uniwersytet Warszawski