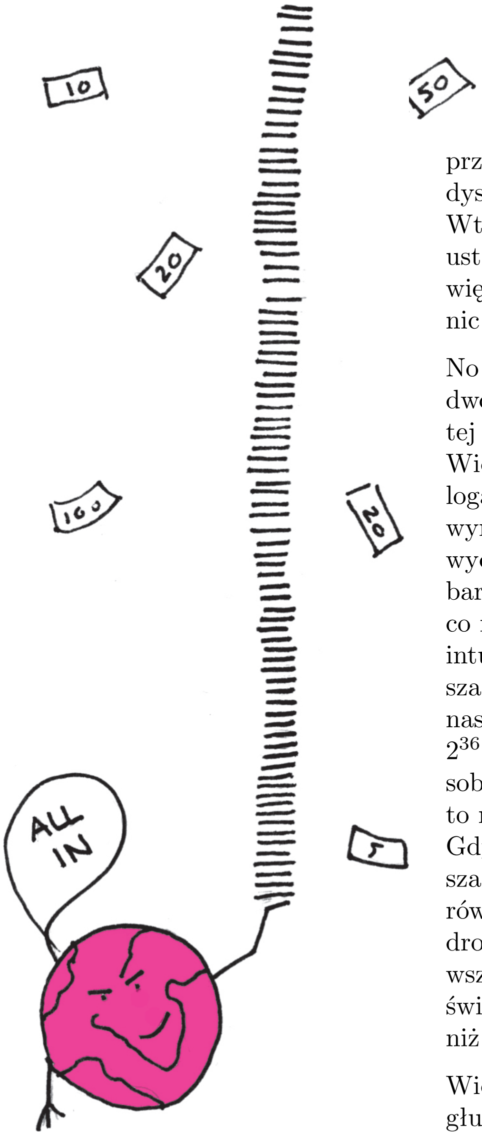
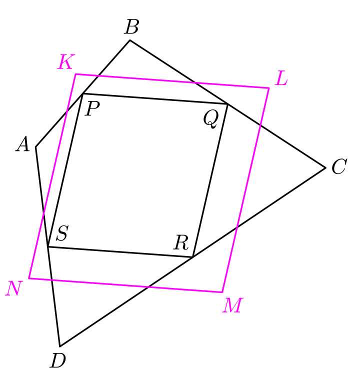


przypadków. Załóżmy też, dla uproszczenia rachunków, że nasz przeciwnik dysponuje kwotą 2^{r+1} i tyle właśnie oferuje nam jako maksymalną wypłatę. Wtedy, zgodnie z przeprowadzonymi rachunkami, graniczną wartością, która ustala stan równowagi gry jest $r+1$. Każdą kwotę mniejszą opłaca się postawić, większej się nie opłaca, a postawienie dokładnie tej kwoty jest neutralne: średnio nic nie zyskamy ani nie stracimy.

No cóż – widać, że grając z partnerem dysponującym kwotą będącą potęgą dwójki, warto wnieść do gry co najwyżej tyle pieniędzy, ile wynosi wykładnik tej potęgi, czyli logarytm dwójkowy z deklarowanej przez niego wartości. Widać też, że dla wartości niebędących potęgami dwójki to też będzie zależność logarytmiczna – w końcu mała różnica w obliczeniach dotyczy tylko ostatniego wyrazu. Wynik ten oznacza jednak, że wcale tak dużo nie powinniśmy być skłonni wydawać. Funkcja logarytmiczna, choć dąży do nieskończoności, to rośnie przecież bardzo wolno. Widzimy na przykład, że przeciwko partnerowi oferującemu co najwyżej 1024 zł nie powinniśmy stawiać więcej niż 10 zł. To jest jeszcze dość intuicyjne. Ale nawet jeśli stanie naprzeciw nas Bill Gates ze swoim majątkiem szacowanym na około 70 miliardów dolarów i powie, że gra z nami, gwarantując naszą wygraną wszystkim, co posiada (no może niech to będzie 68719476736, czyli 2^{36} dolarów dla łatwego rachunku – niech już Bill tak bardzo nie ryzykuje i coś sobie jednak zostawi w razie konieczności wypłaty wszystkiego, co zadeklarował), to nam opłacałoby się postawić w takiej grze zaledwie 36 dolarów! Idźmy dalej. Gdyby postawić wszystkie pieniądze znajdujące się w obiegu na świecie, a ich ilość szacuje się na mniej więcej 3 biliardy dolarów ($3 \cdot 10^{15}$), wówczas nadal kwota równowagi nie byłaby imponująca – plasowałaby się w okolicy 50 dolarów. Swoją drogą śmiesznie byłoby wygrać całą pulę w takiej grze i stać się właścicielem wszystkich pieniędzy w obiegu światowym! Cóż – prawdopodobieństwo, że cały świat byłby zainteresowany zagraniem w taką grę jest chyba jeszcze mniejsze niż szansa wygranej, nawet jak dorzucimy jeszcze z 5 dolarów na zachętę.

Widać więc, że ludzie ankietowani we wspomnianym badaniu wcale nie byli tacy głupi. Nawet byliby skłonni nieco przepłacić: kwota 25 dolarów odpowiada limitowi ponad 33 milionów. Szansa tak dużej wygranej to jeden do ponad 16 milionów. Mniej niż trafienie szóstki w totolotka, więc naprawdę trzeba by długo grać, żeby trafić taką sumę. Po prostu badani mieli zdrowe wyczucie nieskończoności, która, choć duża, to w realnym świecie przecież nie istnieje. Ciekawe, że matematyka, którą Hermann Weyl nazwał (a wielu matematyków podziela ten pogląd) nauką o nieskończoności, jest badaniem rzeczy tak bardzo niewystępujących w przyrodzie, a nasze intuicje są często dalekie od tego, co myślą o tym matematycy.

Czy potrafisz?



Środek ciężkości wierzchołków czworokąta to środek równoległoboku, który tworzą środki jego boków. Rzeczywiście, jeśli wierzchołki czworokąta $ABCD$ obciążymy jednakowo ciężarami m, to środkiem ciężkości punktów A i B będzie środek P odcinka AB obciążony przez $2m$. Podobnie, środkiem ciężkości C i D będzie środek R odcinka CD obciążony przez $2m$. Zatem środkiem ciężkości wszystkich wierzchołków będzie środek PR. Powtarzając to rozumowanie dla odcinków AD i BC, stwierdzamy, że środkiem ciężkości wszystkich wierzchołków jest środek QS. Odcinki te mają więc wspólny środek, wobec tego czworokąt $PQRS$ jest równoległobokiem, a jego środek jest środkiem ciężkości wierzchołków czworokąta $ABCD$.

Na rysunku jest jeszcze jeden równoległobok $KLMN$. Powstał on z prostych przechodzących przez punkty dzielące boki czworokąta $ABCD$ na trzy równe części. Czy potrafisz udowodnić, że jego boki są równoległe do boków równoległoboku $PQRS$? – to nie powinno być trudne. Czy potrafisz wykazać, że środki równoległoboków $PQRS$ i $KLMN$ pokrywają się tylko wtedy, gdy $ABCD$ też jest równoległobokiem? – to już trudniejsze. A czy potrafisz udowodnić, że środek $KLMN$ jest środkiem ciężkości jednorodnej „deseczki" $ABCD$? – to jest już naprawdę trudne!

M.K.