Powróćmy do układu płaszczyzny orbity. Zanim wyznaczymy położenie perigeum, znajdźmy pomocniczy wektor, mnożąc wektorowo (2) oraz (7):

$$\mathbf{v}\times\mathbf{h} = \sqrt{\mu(1-e^2)}(1-e\cos E)^{-1}(\sqrt{1-e^2}\cos E, \sin E, 0).$$

Następnie odejmując (1) podzielone przez (4), otrzymujemy

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{h}}{\mu} - \frac{\mathbf{r}}{r} = (e, 0, 0).$$

Tak zdefiniowany wektor *mimośrodowy* ma długość e i wskazuje kierunek perigeum. Wektory $\mathbf{h}$ i $\mathbf{e}$ całkowicie określają orientację orbity. Prostopadły do $\mathbf{e}$ wektor

$$\mathbf{f} \equiv \mathbf{h}\times\mathbf{e} = (0, h_z e, 0)$$

też leży w płaszczyźnie orbity. Zatem iloczyny skalarne $\mathbf{n}\cdot\mathbf{f}$ i $\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}$ są proporcjonalne do sinusa i kosinusa kąta ω, jaki kierunek perihelium tworzy z linią węzłów, skąd:

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{f}}{\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}}\,\frac{e}{f}.$$

Kąty *nachylenie* i, *argument perigeum* ω i *długość linii węzłów* Ω w pełni określają położenie orbity. Ponieważ wszystkie elementy określiliśmy za pomocą iloczynów wektorów, to wzory pozostają słuszne po dowolnym obrocie orbity, zmienią się tylko składowe wektorów, ale nie ich długości i kąty między nimi. Zatem do powyższych iloczynów wektorowych można teraz podstawić znane wektory w układzie GI, by otrzymać elementy orbity i wektory pomocnicze w tym właśnie układzie.

Widoczność w Warszawie. Teraz możemy opisać sposób znalezienia odpowiedzi na pytanie postawione na samym początku. Dla nowego momentu czasu t_W należy obliczyć M, następnie rozwiązać (3) na E i znaleźć $\mathbf{r}$ w płaszczyźnie orbity z (1). Wtedy w układzie GI położenie będzie równe $\mathbf{r}_{\mathrm{GI}} = x\frac{\mathbf{e}}{e} + y\frac{\mathbf{f}}{f}$, gdzie wektory $\mathbf{e}$ i $\mathbf{f}$ określają kierunki dużej i małej osi orbity. Dalej, oznaczając położenie Warszawy przez $\mathbf{r}_W$, możemy wyrazić wektor wodzący z Warszawy do satelity jako $\mathbf{R} = \mathbf{r}_{\mathrm{GI}} - \mathbf{r}_W$, a kosinus kąta między zenitem a satelitą, pomijając spłaszczenie Ziemi, wynosi:

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{R}\cdot\mathbf{r}_W}{R\,r_W}.$$

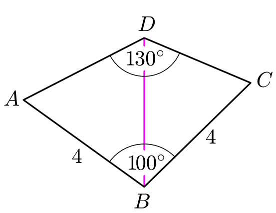
Dokończenie rachunków i znalezienie ostatecznej odpowiedzi na postawione na początku artykułu pytanie pozostawiamy Czytelnikowi.

Zainteresowani Czytelnicy mogą także wykonać obliczenia dla swojego położenia i w dowolnej chwili, korzystając z danych TLE BRITE-PL Lem publikowanych przez NORAD. Są one podane w nierotującym układzie względem punktu Υ w płaszczyźnie xz (rektascencja i deklinacja). Pozycję Υ określa się na podstawie zliczenia dni juliańskich (JD) dla danej daty i obrotu Ziemi względem Υ, tj. czasu gwiazdowego w Greenwich. Przy tym na podstawie czasu, jaki upłynął od epoki TLE, warto uwzględnić precesję Ω, biorąc pod uwagę jej szybkość podaną w TLE jako $\dot{\Omega}$.

Zadania

Redaguje Tomasz TKOCZ

M 1435. $ABCD$ jest czworokątem wypukłym, w którym $AB = BC = 4$, $\sphericalangle ABC = 100°$, $\sphericalangle CDA = 130°$ (rys. 1). Znaleźć długość odcinka BD.
Rozwiązanie na str. 8



Rys. 1

M 1436. Niech liczby a, b, c z przedziału $[-1, 1]$ spełniają

$$a^2 + b^2 + c^2 \leqslant 1 + 2abc.$$

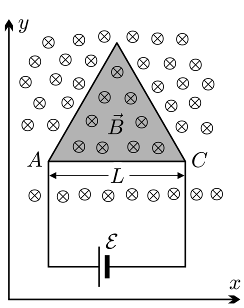
Pokazać, że dla każdej liczby całkowitej $n \geqslant 1$,

$$a^{2n} + b^{2n} + c^{2n} \leqslant 1 + 2(abc)^n.$$

Rozwiązanie na str. 16

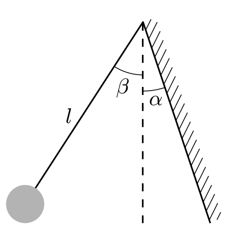
M 1437. Czy dla każdej macierzy $m \times n$ o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$ zawierającej parzystą liczbę jedynek istnieje podmacierz (otrzymana z wyjściowej macierzy przez wykreślenie pewnej liczby wierszy i pewnej liczby kolumn, niekoniecznie kolejnych), zawierająca dokładnie połowę wszystkich jedynek?
Rozwiązanie na str. 19

Przygotował Michał NAWROCKI



Rys. 2

F 865. W jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B umieszczono cienką metalową płytkę, mającą kształt trójkąta równobocznego o boku L. Grubość płytki wynosi d, jej gęstość jest równa ρ, a jej powierzchnia jest prostopadła do kierunku pola magnetycznego. Do wierzchołków A i C trójkąta (rys. 2) dołączono źródło napięcia o sile elektromotorycznej $\mathcal{E}$ i oporności wewnętrznej R_0. Znaleźć przyspieszenie płytki. Zaniedbać masę, oporność i sprężystość łączących przewodów oraz oporność płytki.
Rozwiązanie na str. 3



Rys. 3

F 866. Na powierzchni nachylonej do pionu pod małym kątem α zawieszono na nierozciągliwej, nieważkiej nici o długości l kulkę o masie m. Kulkę wychylono w lewo o mały kąt β_0 większy od α (rys. 3) i puszczono. Właściwości sprężyste kulki i powierzchni są takie, że stosunek energii kinetycznej kulki bezpośrednio po zderzeniu do jej energii kinetycznej bezpośrednio przed zderzeniem wynosi K $(0 < K < 1)$. Jaki będzie maksymalny kąt dla kolejnych wychyleń kulki w lewo?
Rozwiązanie na str. 19