Plejady 3D

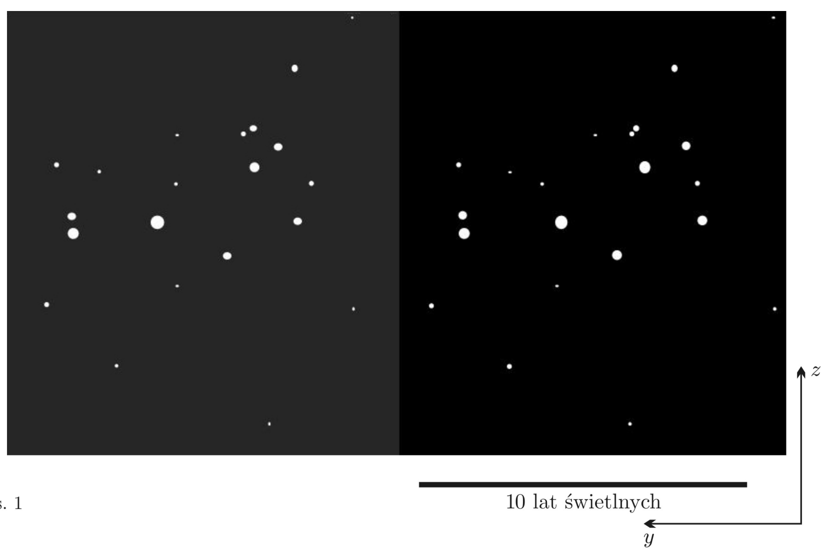
Grzegorz DERFEL*

*Instytut Fizyki, Politechnika Łódzka

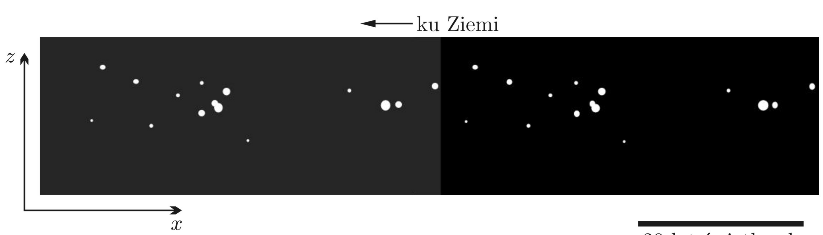
W okresie od października do marca na niebie dobrze widoczny jest gwiazdozbiór Byka. Wśród interesujących obiektów w nim zawartych wyróżniają się dwie, najjaśniejsze na niebie, gromady otwarte – Hiady i Plejady. Ta ostatnia, oznaczona jako M45 w katalogu Messiera, jest zbiorem gwiazd o wyjątkowej urodzie, prawdziwym klejnotem na zimowym niebie. Do jej podziwiania wystarczy lornetka. Centrum gromady oddalone jest o około 390 lat świetlnych. „Atlas nieba gwiaździstego” [1] wymienia w tej gromadzie 145 gwiazd; inne źródła podają znacznie większe liczby. Plejady zajmują obszar nieba o rozmiarze około 100 minut kątowych. Dziesięć gwiazd (zebranych w tabelce, [2]) ma swoje nazwy wzięte z mitologii greckiej, a 6 najjaśniejszych z nich można zobaczyć okiem nieuzbrojonym. Gromada zawiera młode gorące gwiazdy powstałe nie dawniej niż 100 milionów lat temu z istniejącej wciąż mgławicy, którą oświetlają.

*	α	δ	d [ly]
Alcjona	$3^h47'29{,}077''$	$24°6'18{,}49''$	403,16
Atlas	$3^h49'9{,}7''$	$24°3'12''$	382,36
Elektra	$3^h44'52{,}537''$	$24°6'48{,}01''$	404,66
Maja	$3^h45'49{,}0607''$	$24°22'3{,}89''$	383,26
Meropa	$3^h46'19{,}574''$	$23°56'54{,}09''$	380,14
Tajgeta	$3^h45'12{,}5''$	$24°28'2''$	409,23
Celena	$3^h44'48{,}215''$	$24°17'22{,}09''$	377,06
Asteropa	$3^h45'54{,}4''$	$24°33'17''$	371,9
Plejona	$3^h49'11{,}216''$	$24°8'12{,}16''$	381,92

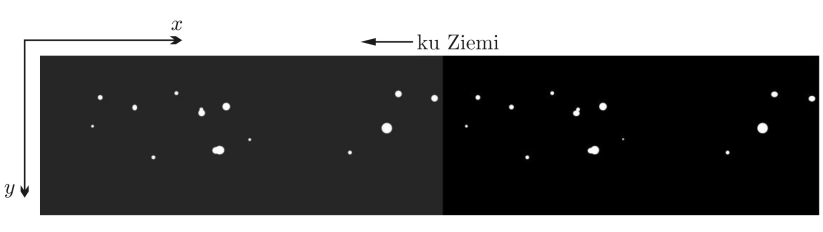
Wszystkie obiekty astronomiczne wydają się leżeć na sferze niebieskiej w jednakowej nieokreślonej odległości od nas. Sprzyja to dowolnemu łączeniu gwiazd w gwiazdozbiory. Jednak pozornie bliskie gwiazdy należące do jednej konstelacji mogą w rzeczywistości być od siebie znacznie oddalone, leżeć w znacznie różniących się odległościach od Ziemi. Dzięki znajomości odległości dzielących nas od niektórych gwiazd Plejad można sporządzić rysunki tworzące stereoparę, która zilustruje rozmieszczenie gwiazd w przestrzeni. W tym celu trzeba odtworzyć wygląd dwóch układów gwiazd widocznych na sferach niebieskich związanych z obserwatorami znajdującymi się w dwóch dostatecznie oddalonych od siebie miejscach w kosmosie. Takie tworzące parę rysunki, „lewy” i „prawy”, są przeznaczone do jednoczesnego oglądania oddzielnie lewym i prawym okiem. Po odpowiedniej adaptacji oczu powstaje wrażenie oglądania trójwymiarowego zbioru punktów reprezentujących gwiazdy.



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

Konstrukcję rysunków można przeprowadzić w następujący sposób. Wprowadzamy układ współrzędnych xyz, który posłuży do określenia położeń gwiazd. Za jednostkę długości przyjmiemy rok świetlny. Początek układu umieszczamy w dowolnie wybranym punkcie wewnątrz gromady, o położeniu określonym rektascensją α_0, deklinacją δ_0 i odległością od Ziemi x_0. Osi x układu nadajmy kierunek wzdłuż linii przechodzącej przez Ziemię i zwrot od Ziemi. Oś y niech będzie równoległa do płaszczyzny równika niebieskiego i niech ma zwrot zgodny z ruchem rocznym Słońca. Oś z jest wtedy prostopadła do płaszczyzny równika i ma zwrot ku północnemu biegunowi świata. Współrzędną x_i w tym układzie wybranej gwiazdy można ustalić, odejmując od dzielącej nas od niej odległości przyjętą wartość x_0. Współrzędne y_i i z_i dotyczą natomiast położeń rzutu gwiazdy na płaszczyznę yz. Aby wyrazić je w latach świetlnych, rektascensję i deklinację gwiazdy zmniejszamy o α_0 i δ_0, po czym wyniki wyrażone w radianach mnożymy przez x_0. W ten sposób zostają obliczone współrzędne dla obserwatora ziemskiego. Aby powstały oba obrazki naszej stereopary, potrzebujemy dwóch zestawów analogicznych współrzędnych obowiązujących w układach zdefiniowanych dla obserwatorów patrzących na Plejady z innych kierunków różniących się od naszego kierunku obserwacji o niewielkie kąty $\pm\phi$ równe np. $\pm 0{,}01$ rad. Wygodnie jest przyjąć, że prosta łącząca obu fikcyjnych obserwatorów jest równoległa do osi y. Wtedy współrzędne z_i gwiazd pozostają zachowane, $z^{\pm} = z_i$, a nowe współrzędne $y^{\pm}$ można obliczyć, posługując się przekształceniem opisującym obrót układu współrzędnych wokół osi z o kąty $\pm\phi$:

$$y^{\pm} = -x_i \sin(\pm\phi) + y_i \cos(\pm\phi),$$

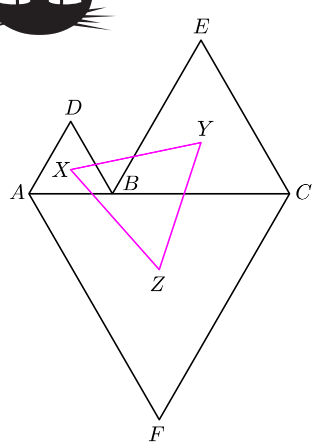
gdzie górne znaki dają rysunek dla prawego oka, a dolne dla lewego. Na podstawie obliczonych współrzędnych można sporządzić podwójny rysunek, taki jak rysunek 1. Przyjęto dla niego $\alpha_0 = 3^h 48'$, $\delta_0 = 23°54'$ i $x_0 = 380$ lat świetlnych. Przedstawia wygląd Plejad z dwóch punktów kosmosu oddalonych od siebie o 7,6 lat świetlnych. Rysunek powinien mieć odpowiedni rozmiar, tak aby analogiczne fragmenty jego obu części były oddalone o odcinek nieco mniejszy niż rozstaw oczu. Wówczas, jeśli spojrzymy na rysunek z odległości kilkunastu centymetrów i przystosujemy oczy tak, aby oba obrazy nałożyły się, zobaczymy gwiazdy Plejad zawieszone w przestrzeni.

Te same dane dotyczące gwiazd stwarzają możliwość obejrzenia Plejad z dowolnej strony. Rysunek 2 ukazuje gromadę widzianą z punktu na osi y o współrzędnej $y = -380$ lat świetlnych, a rysunek 3 – z punktu widzenia $z = -380$ lat świetlnych. Napotykamy tu pewną niedogodność wynikającą z tego, że rozmiar Plejad wzdłuż osi x jest znacznie większy niż wzdłuż y i z. Dlatego rysunki 2 i 3 przedstawiają Plejady w innej skali niż rysunek 1, a ponadto nie zawierają gwiazd peryferyjnych. Dla otrzymania wyraźniejszego efektu przestrzennego użyto kąta $\phi = \pm 0{,}03$ rad.

Literatura

[1] „Atlas nieba gwiaździstego”, J. Dobrzycki i A. Dobrzycki, PWN, Warszawa, 1989.
[2] Dane zaczerpnięte z programu Stellarium, darmowego „komputerowego planetarium”, http://www.stellarium.org/pl.

Zadania

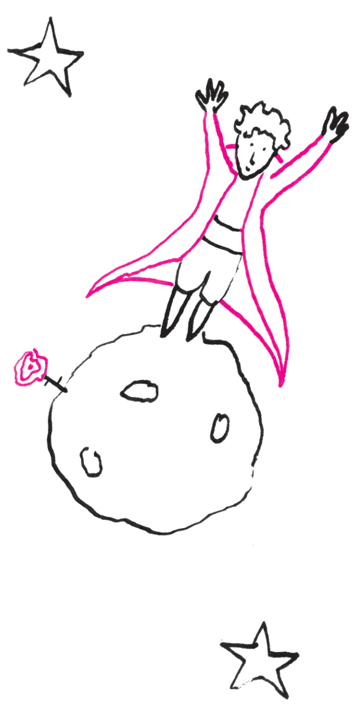


Redaguje Tomasz TKOCZ

M 1432. Punkt B należy do odcinka AC. Punkty D i E leżą po jednej stronie prostej AC, a punkt F po drugiej, przy czym trójkąty ABD, BCE, ACF są równoboczne o ortocentrach odpowiednio X, Y, Z. Udowodnić, że trójkąt XYZ jest równoboczny.
Rozwiązanie na str. 20

M 1433. Określmy funkcję $f(x) = x^2 + bx + c$ dla pewnych liczb rzeczywistych b, c. Wiadomo, że zbiór $A = \{x \in \mathbb{R},\ |f(x)| \leqslant 1\}$ jest zbiorem pustym, odcinkiem lub sumą dwóch odcinków (w zależności od wartości b i c). Udowodnić, że za każdym razem łączna długość nie przekracza $2\sqrt{2}$.
Rozwiązanie na str. 18

M 1434. Dana jest liczba całkowita $n \geqslant 2$ i $2n$-kąt foremny. Każdy jego wierzchołek pomalowano na czerwono lub niebiesko, przy czym liczba czerwonych wierzchołków jest równa liczbie niebieskich wierzchołków. Udowodnić, że liczba głównych (przechodzących przez środek symetrii wielokąta) przekątnych o dwóch czerwonych końcach jest równa liczbie głównych przekątnych o dwóch niebieskich końcach.
Rozwiązanie na str. 17



Przygotował Andrzej MAJHOFER

F 863. Na Ziemi najwyższe podskoki odpowiadają podniesieniu środka ciężkości człowieka o około 60 cm. Jaki jest największy promień skalnej planetoidy, od której przyciągania człowiek mógłby uwolnić się o własnych siłach? Średni promień Ziemi wynosi $R_Z = 6371$ km. Przyjmij, że średnia gęstość planetoidy jest równa średniej gęstości Ziemi.
Rozwiązanie na str. 1

F 864. Okolice biegunów planety pokrywały kiedyś czapy lądolodów od każdego z biegunów aż do szerokości geograficznej $\varphi = 70°$. Niestety, nieostrożne spalanie paliw kopalnych przez mieszkańców okolic o umiarkowanym klimacie spowodowało wzrost temperatury atmosfery (tzw. efekt cieplarniany) i stopienie obu okołobiegunowych lądolodów. O ile zmieniła się długość doby jeśli początkowo doba trwała $T_0 = 86\,400$ s. Masa planety wynosi $M = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, jej promień $R = 6371$ km, a masa lądolodów $m = 2{,}5 \cdot 10^{19}$ kg. Załóż, że planeta jest niemal idealną kulą.

Wskazówka: Moment bezwładności sferycznej czaszy opartej na kącie wewnętrznym θ, promieniu r i masie m wynosi

$$I_p(\theta) = \frac{mR^2}{3}(2 - \cos(\theta)(1 + \cos(\theta))).$$

Rozwiązanie na str. 2