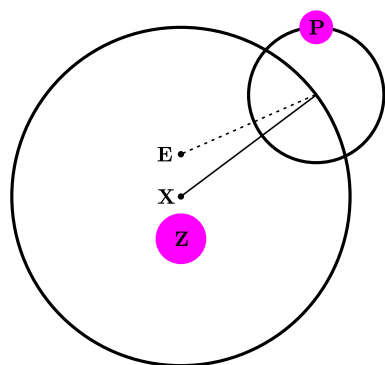
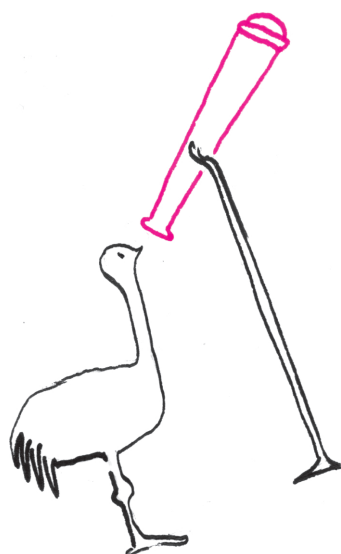
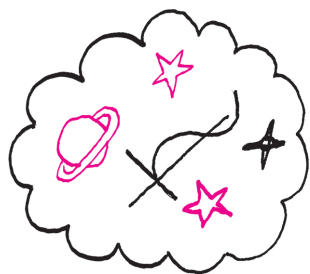


Modelowanie rzeczywistości i mechanika nieba

Szymon CHARZYŃSKI*



Model ruchu planety **P** wokół Ziemi **Z** w systemie Ptolemeusza. Większy okrąg to *deferent*, mniejszy to *epicykl*. Punkt **X** oznacza *ekscentryk*, czyli środek deferentu, który nie pokrywa się z położeniem Ziemi. Punkt **E** oznacza *ekwant*. Deferent nie obraca się jednostajnie, lecz w taki sposób, że prędkość kątowna ruchu środka epicyklu względem ekwantu jest stała. Epicykl obraca się jednostajnie wokół swojego środka.

Kiedy znajdujemy się w nowym, nieznanym towarzystwie, często przychodzi nam odpowiadać na pytanie „Czym się zajmujesz?”. Pierwsza spontaniczna reakcja na odpowiedź autora „Jestem fizykiem teoretykiem” najczęściej brzmi „Nienawidziłam fizyki w szkole i nigdy jej nie rozumiałam”, ale dla podtrzymania rozmowy pada często pytanie „A na czym polega twoja praca?”. Odpowiedź techniczno-operacyjna brzmi: „Czytam artykuły i książki, uczestniczę w seminariach i konferencjach, robię obliczenia na kartce i komputerze i piszę artykuły do czasopism naukowych”. Poza tym, że ten opis przemilcza, jak wiele wysiłku współczesnego badacza jest marnotrawione na zmaganie się z biurokracją, to jest on w zasadzie prawdziwy, ale nie wyjaśnia, czemu ta aktywność fizyka teoretyka właściwie służy. Spróbujmy zatem zastanowić się głębiej nad tym, czym właściwie zajmuje się fizyka teoretyczna, w razie gdybyśmy musieli odpowiedzieć na pytania bardziej dociekliwego rozmówcy.

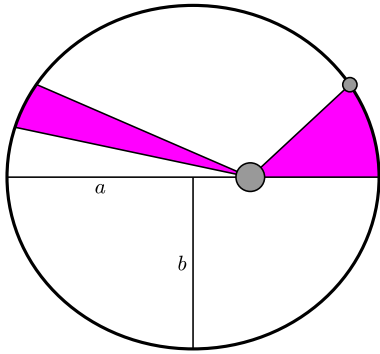
Historycznie fizyka wywodzi się, jak wszystkie dziedziny nauki, z filozofii, czyli próby zrozumienia świata, w którym żyjemy. Na ten świat składają się obiekty o bardzo różnym stopniu złożoności. Można zaryzykować stwierdzenie, że fizyka (w odróżnieniu od innych nauk przyrodniczych, takich jak chemia czy biologia) zajmuje się obiektami najmniej skomplikowanymi. Metodologia fizyki opiera się na dwóch fundamentach: przeprowadzaniu powtarzalnych doświadczeń i tworzeniu matematycznych modeli służących do zwięzłego i ilościowego opisywania wyników tych doświadczeń. Fakt, że te fundamenty są dwa, jest źródłem podziału środowiska fizyków na dwie grupy: doświadczalników i teoretyków. O ile przeciętnemu człowiekowi łatwiej jest wyobrazić sobie pracę doświadczalnika, który w białym kitlu wykonuje w wielkim laboratorium eksperymenty za pomocą skomplikowanych urządzeń, to trudniej jest chyba uchwycić istotę pracy fizyka teoretyka.

Teoretyk tworzy modele matematyczne zjawisk, ale jak on to robi? Skąd one się biorą? Skoro już mamy dobry model, to po co nieustannie kształci się za publiczne pieniądze nowe zastępy fizyków teoretyków, a potem ich utrzymuje? Po co tworzyć wciąż nowe modele? Otóż fizyka nie jest nauką skończoną. To, jak się rozwija i jak dokonuje się postęp w modelowaniu rzeczywistości, prześledzimy na przykładzie ewolucji poglądu ludzkości na mechanikę nieba i budowę Układu Słonecznego.

Starożytni Grecy przez stulecia rozwijali metody modelowania obserwowanego nieregularnego ruchu planet na niebie. Eudoksos z Knidos w IV wieku p.n.e. wprowadził pojęcie *sfer niebieskich* obracających się wokół Ziemi wraz z przyczepionymi do nich planetami. Hipparch z Nikei wprowadził pojęcie epicykli i deferentów. Ptolemeusz rozwinął i udoskonalił ten model w II wieku n.e., dodając między innymi pojęcie ekwantu. Nie wiadomo, jak bardzo badacze ci wierzyli w to, że ich model opisuje *jak jest naprawdę*, a na ile traktowali go tylko jako narzędzie pozwalające obliczać z wyprzedzeniem zjawiska astronomiczne. Wydaje się jednak, że twórcy modelu geocentrycznego, zwanego również modelem Ptolemeusza, który to model został w Europie na wiele stuleci oficjalnie obowiązującym dogmatem, zdawali sobie dobrze sprawę z jego niedoskonałości i mieli z pewnością mniej nabożny do niego stosunek niż ci, którzy wiele wieków później byli gotowi surowo karać próbujących wprowadzać do tego modelu pewne modyfikacje.

Tutaj na scenę wkroczył Mikołaj Kopernik, który się odważył pomyśleć inaczej. Jego praca *O obrotach sfer niebieskich* była niewątpliwie wielkim przełomem, ale co właściwie Kopernik zrobił? Znana powszechnie rymowanka, że „wstrzymał Słońce, ruszył Ziemię, polskie wydało go plemię” więcej właściwie zaciemnia, niż wyjaśnia. Zarówno przed, jak i po publikacji dzieła Kopernika Słońce i planety poruszały się według tych samych reguł, których wyjaśnienia choćby zbliżonego do współczesnego rozumienia mechaniki nieba nie zawierało ani dzieło Kopernika, ani Ptolemeusza. W dodatku Kopernik nie odrzucił całkowicie modelu Ptolemeusza, a jedynie go zmodyfikował. Pojęciowo oba modele są bardzo podobne. W obu występują sfery, deferenty, epicykle, czyli w obu modelach próbuje się składać nieregularne ruchy ciał niebieskich z ruchów po okręgach. Różnica polega na tym, że w modelu Kopernika środek układu znajduje się w Słońcu, a nie w Ziemi, jak w modelu Ptolemeusza. Zaletą modelu Kopernika było to, że był on mniej złożony, składał się z mniejszej liczby epicykli. Aby obliczyć przyszłe położenie planety na niebie z podobną precyzją, jak przy użyciu modelu Ptolemeusza, wystarczyło wykonać mniej rachunków. Był to

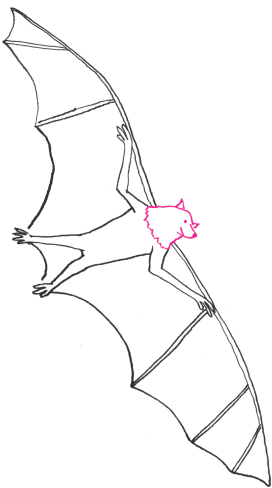
*Wydział Matematyczno-Przyrodniczy, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego



Prawa Keplera:

1. Planeta obiega Słońce po orbicie w kształcie elipsy. Słońce znajduje się w jednym z ognisk elipsy.
2. W równych odstępach czasu promień wodzący planety, poprowadzony od Słońca, zakreśla równe pola.
3. Stosunek T^2/a^3 , gdzie T jest okresem obiegu, natomiast a jest długością wielkiej półosi elipsy (patrz rysunek), jest taki sam dla wszystkich planet Układu Słonecznego.

Wyprowadzenie prawa powszechnego ciążenia z praw Keplera można znaleźć w *Wykładach z historii matematyki*, M. Kordosa, rozdz. XIII, str. 154, Script, 2010.



Obserwowana aktualnie precesja perihelium orbity Merkurego wynosi $574,10 \pm 0,65$ sekund łuku na stulecie. Przewidywania teoretyczne dają w sumie wielkość $574,64 \pm 0,69$ sekund łuku na stulecie. Na te przewidywania składają się dwa główne efekty (wszystkie wielkości w sekundach łuku na stulecie): oddziaływanie grawitacyjne innych planet ($531,63 \pm 0,69$), poprawki relatywistyczne ($42,98 \pm 0,04$).

niewątpliwie postęp w modelowaniu. Dzieło Kopernika wzbudzało jednak wielkie kontrowersje, ponieważ godziło w światopogląd wielu wpływowych osób i, co gorsza, obrażało ich, jak byśmy dziś powiedzieli, uczucia religijne. W efekcie zamieszania, jakie wywołał Kopernik, dokonał się pewien przełom w filozofii, kulturze, religii i temu głównie Kopernik zawdzięcza swą sławę, a nie temu, że uprościł jakieś metody rachunkowe.

Empirycznych dowodów obalających dogmat, że wszystko musi krążyć wokół Ziemi, dostarczył Galileusz, dokonując pierwszych obserwacji astronomicznych za pomocą teleskopu, w którym zobaczył cztery plamki poruszające się po odcinku w pobliżu Jowisza. Były to księżycy Jowisza. Trudno było dalej udawać, że krążą one wokół Ziemi, ale jakoś przypadkiem wyglądało, jakby krążyły wokół Jowisza. Galileusz zaobserwował również fazy Wenus (analogiczne do faz Księżyca), co jednoznacznie pokazywało, że Wenus czasem jest bliżej (kiedy oświetlona jest niewielka część jej tarczy), a czasem dalej od Ziemi niż Słońce (większość tarczy jest wtedy oświetlona).

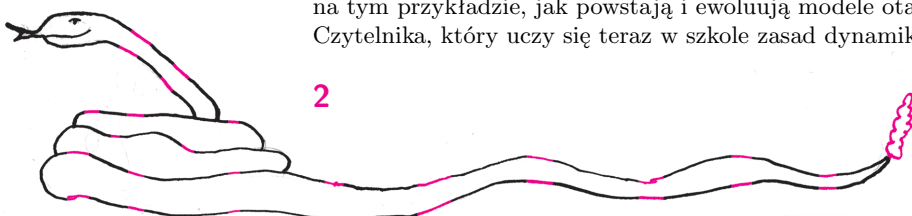
Postęp w modelowaniu trwał dalej. Kepler, opierając się na bardzo dokładnych obserwacjach Tycho Brahego, zauważył, że dużo lepszym modelem orbity planety niż hierarchia okręgów poprzyczepianych jeden do drugiego jest elipsa, z centrum przyciągania umiejscowionym w jednym z jej ognisk. Dostrzegł prostą zależność między odległością planety od centrum a okresem obiegu. Zauważył, że planeta zbliżając się do centrum, przyspiesza, a oddalając się, zwalnia. Swoje obserwacje zamknął w formie bardzo prostych matematycznych praw, których wszyscy uczymy się do dziś w szkole.

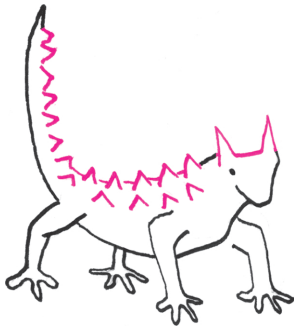
Żaden ze wspomnianych do tej pory modeli nieba nie zawierał sensownej odpowiedzi na pytanie, *dlaczego* orbity planet wyglądają tak, a nie inaczej. Isaac Newton wprowadził do tych rozważań zupełnie nową jakość. Odpowiedział na to pytanie: planety krążą po orbitach eliptycznych dlatego, że przyciągają się z siłą odwrotnie proporcjonalną do kwadratu odległości. Wyprowadził prawa Keplera ze swojego prawa powszechnego ciążenia. Potrafił również przeprowadzić rozumowanie w przeciwną stronę: wyprowadzić prawo powszechnego ciążenia z praw Keplera. Wydawać by się mogło, że skoro prawa Keplera i tak już były znane, to matematyczne sztuczki Newtona nie wnoszą niczego nowego. Nic bardziej mylnego. Dzięki Newtonowi zrozumienie mechaniki nieba (i nie tylko nieba) przeniosło się na zupełnie inny poziom. Newton pokazał, że siła, która powoduje, iż przysłowiowe jabłko spada z drzewa na glebę, jest w swojej istocie tą samą siłą, która utrzymuje Księżyc na orbicie wokół Ziemi (o unifikacji, jaką wykonał Newton, pisaliśmy w artykule *Spadający Księżyc* w poprzednim numerze). Zrozumienie, że nie ma innych praw w niebie, a innych na Ziemi, stanowiło wielki przełom myślowy. Wgląd, jaki daje teoria Newtona, wykracza daleko poza prawa Keplera, również w wymiarze praktycznym. Pozwala, na przykład, planować skomplikowane orbity sond kosmicznych przelatujących w pobliżu wielu ciał niebieskich (patrz artykuł z poprzedniego numeru, *Proca grawitacyjna*).

Można by się zastanawiać, że skoro Newton już wszystko rozumiał, przeliczył w tę i w tę, to po co dalej zajmować się mechaniką i grawitacją? Znaleźli się tacy, co się zastanawiali i tworzyli ciągle nowe matematyczne modele. Z jednej strony za sprawą np. Lagrange'a i Hamiltona powstały nowe matematyczne sformułowania tej samej teorii, które później legły u podstaw innych teorii (mechaniki kwantowej, teorii pola, geometrii symplektycznej), z drugiej strony teoria Newtona została już dosyć dawno obalona i znaleziono lepszą teorię dynamiki i grawitacji. Dokonał tego Albert Einstein.

Bardzo dokładne pomiary pod koniec dziewiętnastego wieku wykazały, że obserwowana orbita Merkurego minimalnie się różni od przewidywań modelu opartego na teorii Newtona. Oś symetrii elipsy, po której krąży Merkury, minimalnie się obraca. Ruch ten daje się częściowo wyjaśnić oddziaływaniami z innymi elementami Układu Słonecznego w ramach teorii Newtona, ale pozostaje drobna niezgodność. Ogólna Teoria Względności Einsteina (OTW) wypełnia tę lukę i dostarcza ostatniego elementu układanki, potrzebnego do zbudowania modelu Układu Słonecznego. Przy precyzji, jaką dysponujemy, nie obserwuje się aktualnie w Układzie Słonecznym odstępstw od przewidywań OTW. Żaden fizyk teoretyk nie powie jednak, że OTW jest teorią ostateczną, a mechanika nieba nie ma już przed nami tajemnic. Wręcz przeciwnie, ciągle trwają intensywne prace nad jej modyfikowaniem, uogólnianiem, unifikacją z teorią kwantów itp.

Zakończyliśmy zatem przegląd historyczny na temat mechaniki nieba, pokazujący na tym przykładzie, jak powstają i ewoluują modele otaczającej nas rzeczywistości. Czytelnika, który uczy się teraz w szkole zasad dynamiki Newtona, może niepokoić





Prędkość protonu rozpędzonego w LHC do energii 7 TeV jest równa $0,999999991 c$, gdzie c oznacza prędkość światła. Do prędkości światła brakuje mu zatem jedynie około 3 m/s. Zastosowanie newtonowskiego wzoru na energię kinetyczną $\frac{1}{2}mv^2$ do protonu poruszającego się z tą prędkością daje błędny wynik – ponad 7000 razy za mały.

Relatywistyczny wzór na energię cząstki ma postać:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

Rozwijając go w szereg potęgowy względem parametru $(v/c)^2$, otrzymujemy:

$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{8}\frac{mv^4}{c^2} + \dots,$$

gdzie pierwszy wyraz jest stałą trudną do wykrycia przy małych energiach, drugi jest klasycznym wzorem na energię kinetyczną, a począwszy od trzeciego wyrazu kolejne składniki sumy są proporcjonalne do coraz wyższych potęg parametru $(v/c)^2$. Zaniedbując wyrazy szeregu, począwszy od trzeciego, otrzymujemy w granicy $v/c \rightarrow 0$ newtonowski wzór na energię kinetyczną ze wzoru relatywistycznego, z dokładnością do nieistotnej stałej. Przykład ten ilustruje, jak z ogólniejszego modelu otrzymuje się równania modelu uproszczonego poprzez zaniedbanie pewnych efektów – w tym przypadku stosując przybliżenie małych prędkości.

Dla protonów w LHC stosunek v/c jest bliski 1 i wyrazów proporcjonalnych do jego wysokich potęg nie można zaniedbać, tak jak można to robić dla roweru czy samochodu.



stwierdzenie, że teoria Newtona została obalona, a dalej uczą jej w szkole. Użycie tego sformułowania przez autora jest pewnym nadużyciem, które wymaga wyjaśnienia i pozwoli podkreślić bardzo istotną kwestię dotyczącą zależności między różnymi modelami czy teoriami.

Astronomowie obserwują zjawiska sprzeczne z teorią grawitacji Newtona i zgodne z przewidywaniami OTW, takie jak wspomniana precesja orbity Merkurego, zacieśnianie się orbit par pulsarów itp. Nie tylko w odległym kosmosie zachodzą zjawiska sprzeczne z teorią Newtona. Na Ziemi również. Protony rozpędzane w akceleratorze w LHC nie stosują się do zasad dynamiki Newtona. Przyspieszenie protonu lecącego z prędkością bliską prędkości światła nie jest proporcjonalne do przyłożonej siły. Jego energia kinetyczna nie jest proporcjonalna do kwadratu prędkości. Żeby właściwie modelować ruch tych protonów, trzeba używać dynamiki relatywistycznej, którą zawdzięczamy Einsteinowi. Dlaczego więc ciągle w szkole uczy się zasad dynamiki Newtona i praw Keplera, skoro wiadomo, że te teorie nie zawsze dają właściwe przewidywania? Odpowiedź tkwi w sformułowaniu *nie zawsze*. Co oznacza, że teoria Newtona nie została obalona, a jedynie ograniczony został zakres jej stosowalności. Czasem działa. Modele oparte na zasadach dynamiki Newtona bardzo dobrze sprawdzają się do opisu ruchu samochodów, rowerów czy samolotów. Opis takich zjawisk za pomocą mechaniki relatywistycznej dałby w bardzo dobrym przybliżeniu te same przewidywania ilościowe – w praktyce nierozróżnialne, byłby jednak dużo bardziej skomplikowany rachunkowo. A skoro można to samo obliczyć prościej, to po co się męczyć? W granicy prędkości małych w porównaniu z prędkością światła i słabych pól grawitacyjnych OTW daje przewidywania praktycznie nieodróżnialne od teorii Newtona. Dlatego anomalne zachowanie odkryto w przypadku Merkurego, który krąży najbliżej Słońca, gdzie pole grawitacyjne jest najsilniejsze.

Widzimy zatem, że postęp w fizyce, polegający na odkryciu lepszego modelu, nie zawsze oznacza odrzucenie starego. Zwykle oznacza wyznaczenie granic jego stosowalności. Nawet gdybyśmy zaobserwowali zjawiska sprzeczne z OTW, to nie oznaczałoby to wymazywania jej z podręczników fizyki, tak jak istnienie eksperymentów sprzecznych z teorią Newtona nie przeszkadza uczyć jej kolejne pokolenia uczniów gimnazjum. Ewentualne wykrycie cząstek nadświatlnych również nie doprowadziłyby do wyrzucenia teorii względności na śmietnik, jak sugerują od czasu do czasu nagłówki gazet (pisał o tym A. Dragan w numerze 8/2013). Wręcz przeciwnie, gdyby udało się zaobserwować odstępstwa od OTW, to środowisko fizyków przyjęłoby to z radością. Zwłaszcza tych fizyków teoretyków, którzy od lat zajmują się teorią kwantowej grawitacji, ponieważ próbują tworzyć model, który w zasadzie żadnego obserwowanego zjawiska nie modeluje (można by zapytać: po co to robią?).

Jak widać na przytoczonych przykładach, fizyka jest zbiorem wielu teorii modelujących różne fragmenty otaczającej nas rzeczywistości. Fizyk próbujący stworzyć model jakiegoś konkretnego procesu czy zjawiska musi często dokonywać niełatwego wyboru, jaki rodzaj modelowania zastosować, które efekty można zaniedbać, a których nie. Musi szukać opisu wystarczająco dokładnego, a jednocześnie nie nazbyt skomplikowanego, tak aby dało się go w ogóle stosować. Nieuniknione jest stosowanie przybliżeń i kompromisów między tym, co byśmy *chcieli* obliczyć, a tym, co się *da* obliczyć. Te przybliżenia i kompromisy są często przedmiotem sporów i po to są seminaria i konferencje, tworzone modele są w najlepszym przypadku tylko przybliżonym opisem jakiegoś wycinka rzeczywistości, a każdy modelik wymaga publikacji w oddzielnym artykule. Jednak to, co teoretyków „kręci” najbardziej, to poszukiwanie prostych, unifikujących wiele zjawisk reguł, przenoszących nasze *zrozumienie* podstawowych praw przyrody na wyższy poziom, tak jak uczynili to Newton i Einstein. To dlatego tylu ludzi ślęczy nad kwantową grawitacją, bo tam, między innymi, takiego głębszego zrozumienia ciągle nam brakuje.

Siłą napędową fizyków jest ciekawość i chęć zrozumienia. Skutkiem ubocznym tworzenia coraz lepszych modeli fragmentów rzeczywistości jest postęp techniczny, jaki się dokonuje na naszych oczach. To, co widać, jest prawdopodobnie dopiero początkiem rozwoju naszej cywilizacji. Warto więc, aby fizycy teoretycy dalej tworzyli swoje modele (nawet nieobserwowanych jeszcze zjawisk). Natomiast współcześni uczniowie powinni się cieszyć, że uczą się prostych zasad dynamiki Newtona, ponieważ niewykluczone, że po którejś z kolei reformie edukacji (gdy bezrobotny fizyk teoretyk trafi do Ministerstwa Edukacji) fizyka w gimnazjum będzie się zaczynała od szybkiego kursu geometrii różniczkowej i równań pola Einsteina, a teoria Newtona będzie wprowadzona jako szczególny przypadek graniczny słabych pól grawitacyjnych i małych prędkości.