



Toczą się obecnie dyskusje, czy dzieło firmy D-Wave, o którym pisaliśmy w *Delcie* 1/2014, jest prawdziwym komputerem kwantowym.



**Rozwiązanie zadania M 1424.** Będziemy korzystać z obserwacji, że kwadrat liczby parzystej przy dzieleniu przez 16 może dać tylko resztę 0 lub 4, a kwadrat liczby nieparzystej – resztę 1 lub 9.

Załóżmy, że trójka  $(x, y, z)$  jest niezerowym rozwiązaniem. Oczywiście,  $y$  musi być parzyste, powiedzmy  $y = 2w$ . Wtedy  $x^2 + 6w^2 = 5z^2$ . Możemy bez utraty ogólności założyć, że  $\text{NWD}(x, w, z) = 1$ . Ponieważ  $5z^2 - x^2 = 6w^2$  jest parzyste, to mamy dwa przypadki:

1)  $x, z$  są parzyste; wtedy  $w$  musi być nieparzyste (inaczej NWD byłoby co najmniej 2). Mamy  $x^2 \equiv 0$  lub  $4 \pmod{16}$ ,  $6w^2 \equiv 6 \pmod{16}$  oraz  $5z^2 \equiv 0$  lub  $4 \pmod{16}$ . Wtedy jednak liczby  $x, w, z$  nie mogą spełniać równania  $x^2 + 6w^2 = 5z^2$ .

2)  $x, z$  są nieparzyste; wtedy  $x^2 \equiv 1$  lub  $9 \pmod{16}$ ,  $5z^2 \equiv 5$  lub  $13 \pmod{16}$  oraz  $6w^2 \equiv 0, 6$  lub  $8 \pmod{16}$ . Nietrudno sprawdzić, że ponownie liczby  $x, w, z$  nie mogą spełniać równania  $x^2 + 6w^2 = 5z^2$ .



Kondensat Bosego–Einsteina to stan materii, w którym duża część cząstek układu fizycznego znajduje się w tym samym stanie – podstawowym – i zachowuje się wspólnie jak pojedyncza cząstka.

## Gotowanie w kwantowej lodówce, czyli co przeszkadza w zbudowaniu komputera kwantowego

Michał KRYCH\*

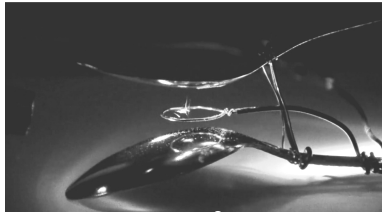
Czy da się zagotować mrożoną kawę, umieszczając ją w zamrażalniku? Codzienne doświadczenie miłośników *frappé* podpowiada, że nie. Są jednak układy fizyczne, w których energia układu będącego w kontakcie z chłodnym otoczeniem potrafi wzrosnąć. Przykładem takiego zjawiska może być schwytyany w pułapkę pojedynczy jon, na przykład rubidu, baru czy iterbu, który w kontakcie z bardzo zimnym gazem może zwiększyć swoją energię kinetyczną tak bardzo, że jest w stanie ze swej pułapki uciec. Problem nie jest czysto akademicki – na odpowiednio „spułapkowanych” łańcuchach jonów uczeni są w stanie realizować obliczenia kwantowe. Jak dotąd funkcjonalność komputerów kwantowych jest ograniczona, ale udało się zademonstrować działanie algorytmu Shore’a, który służy do szybkiego rozkładu liczb na liczby pierwsze. Gdyby udało się tego dokonać dla odpowiednio dużych liczb, kryptosystem RSA, stosowany dziś powszechnie do szyfrowania transmisji danych, nie byłby już użyteczny.

Zwykły komputer działa, realizując proste operacje logiczne na ciągach bitów: zer i jedynek. Komputer kwantowy korzysta z ich kwantowych odpowiedników, zwanych *kubitami*. Mogą one reprezentować zero, jedynkę lub pewną ich superpozycję, czyli równocześnie zero i jedynkę w pewnych proporcjach. Klasyczne bity realizuje się fizycznie poprzez przepływ prądu w procesorze, namagnesowanie fragmentów dysku twardego lub wypalone rowki w płytach CD. Kwantowe bity koduje się za pomocą układów fizycznych, w których w silny sposób przejawiają się efekty kwantowe. Mogą to być, na przykład, pętle z nadprzewodnika, kropki kwantowe, atomy w sieciach optycznych lub wspomniane łańcuchy jonów. Jednak układy takie mają zazwyczaj niewielką stabilność. Szumy (w tym szumy termiczne) powodują występowanie błędów, aż do całkowitego zniszczenia zakodowanej w komputerze kwantowym informacji. W związku z tym niweluje się, na ile jest to możliwe, wszelkie zewnętrzne źródła zaburzeń – ekranuje się zewnętrzne pola elektryczne i magnetyczne, a także chłodzi się układ do temperatur bliskich zera bezwzględnego.

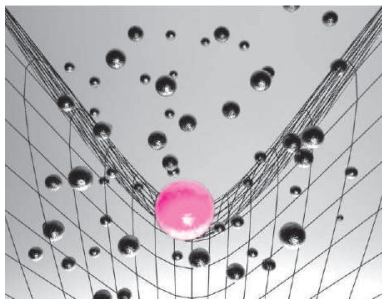
Metod chłodzenia jest wiele. W przypadku atomów i jonów często korzysta się z chłodzenia dopplerowskiego. Klasyczny efekt Dopplera odpowiedzialny jest za zmianę częstości dźwięku w przypadku przybliżania się lub oddalania jego źródła. Podobne zjawisko obserwujemy dla fotonów. Jeżeli poruszamy się w stronę źródła światła, to widmo tego źródła przesunięte jest w stronę wyższych częstości (wyższych energii), odwrotnie przy oddalaniu się od źródła. Chłodzenie z wykorzystaniem zjawiska Dopplera polega na tym, że świecimy na jony laserem o długości fali światła nieco mniejszej niż odpowiadająca przejściu między stanem podstawowym jonu a stanem wzbudzonym. Jon w spoczynku nie byłby w stanie pochłonąć fotonu emitowanego przez laser, ale taki poruszający się w stronę źródła światła „widzi” wyższą energię fotonów, co pozwala, w przypadku dostrojenia energii takich fotonów do różnicy energii między stanami jonu, na pochłonięcie fotonu, a następnie jego spontaniczną emisję w dowolnym, na ogół zupełnie innym kierunku. Jeśli początkowa prędkość jonu jest dostatecznie duża, energia emitowanego fotonu będzie większa od energii fotonu absorbowanego, co prowadzi do obniżenia energii jonu, a więc następuje zmniejszenie temperatury próbki.

Metoda dopplerowska pozwala na znakomite schłodzenie i przygotowanie jonów do obliczeń kwantowych. Niestety, gdyby zastosować je w trakcie przeprowadzanych obliczeń, informacja zakodowana w układzie uległaby zniszczeniu. Nie jest to problem beznadziejny. Dobrym pomysłem wydaje się wykorzystanie chłodzenia *sympatycznego*, zwanego przez niektórych *współczulnym* (ang. *sympathetic*). Polega ono na zanurzeniu jonu w zimnym gazie buforowym lub kondensacie Bosego–Einsteina. Dowodzi się, że w przypadku chłodzenia sympatycznego stan wewnętrzny zderzających się cząstek powinien zostać zachowany. Wydawałoby się, że powinna nastąpić termalizacja – zanurzony układ po odpowiednio długim czasie osiągnie temperaturę ośrodka, w którym go zanurzono. Gdy wkładamy kawę do lodówki, możemy oczekiwać, że po kilkudziesięciu minutach wyjmemy przyjemnie zimny napój. Paradoksalnie, w przypadku jonów nie zawsze tak się dzieje: ich temperatura może znacznie

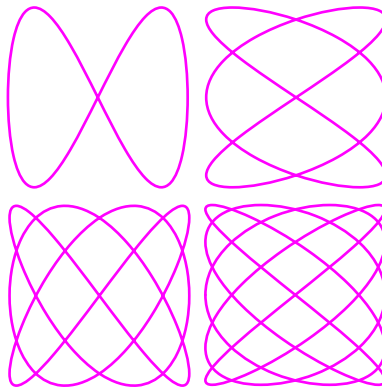
\*Instytut Fizyki Teoretycznej, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego



Rys. 1. Pułapka jonowa Paula składająca się z pętli drutu i dwóch łyżek stołowych. Wewnątrz pętli widoczne są złapane w pułapkę naelektryzowane drobniki kurzu.



Rys. 2. Wizualizacja jonu znajdującego się w pułapce Paula i zanurzonego w gazie atomów.



Rys. 3. Przykłady krzywych Lissajous – trajektorii ruchu sekularnego jonu.



#### Literatura:

Michał Krych, Zbigniew Idziaszek, *Quantum analysis of atom-ion sympathetic cooling in the presence of micromotion*, <http://arxiv.org/pdf/1312.0279v2.pdf>.

wzrosnąć, do tego stopnia, że wzrost energii kinetycznej jonów pozwala im na ucieczkę z układu doświadczalnego. Jak to się dzieje?

Aby utrzymać jon w konkretnym miejscu w przestrzeni, potrzebujemy pułapki. Jon ma ładunek elektryczny, zatem właściwym rozwiązaniem wydaje się stworzenie minimum potencjału elektrostatycznego, do którego cząstka dodatnio naładowana byłaby spychana przez zewnętrzne pole elektryczne. Niestety, z praw fizyki wynika, że takie minima nie mogą istnieć w pustej, tj. pozbawionej innych ładunków, przestrzeni, niezależnie od tego, jak wymyślnego kształtu elektrodami otoczylibyśmy jon. Istnieją wszakże pułapki, które moglibyśmy nazwać dynamicznymi. Za ich stworzenie Wolfgang Paul otrzymał w 1989 roku Nagrodę Nobla z fizyki. Jak wiele genialnych pomysłów, idea Paula była stosunkowo prosta; w zasadzie każdy może spróbować zbudować tego typu pułapkę w domu i wyciąć cząstki kurzu. Rozwiązanie to najłatwiej chyba wytłumaczyć za pomocą analogii mechanicznej. Wyobraźmy sobie siodło, na którym umieszczamy piłeczkę pingpongową. Nawet dla niewielkich wychyleń piłeczki z poziomego fragmentu siodła siła grawitacji będzie ją ściągać w dół, a więc piłeczka znajduje się w równowadze chwiejnej. Jeśli jednak zakręcimy siodłem z odpowiednią prędkością kątową, to w układzie związanym z siodłem oprócz siły grawitacji działać będą jeszcze siła odśrodkowa, powodująca dodatkową niestabilność piłeczki, oraz siła Coriolisa, zawracająca wyrzucaną piłeczkę. To ostatnie zjawisko będzie zapewniać utrzymanie piłeczki w takiej pułapce.

W prawdziwych pułapkach kręceniu układem odpowiada przyłożenie zmiennego napięcia. Trajektorie zakreślane przez jon w każdym z kierunków będą odpowiadały sinusoidom z pewnymi przesunięciami fazowymi, będą to zatem figury Lissajous. Ten główny ruch o dużej amplitudzie zwykle nazywa się ruchem sekularnym. Pojawia się także drobna modyfikacja trajektorii, zwana mikroruchem, czyli drobne drgania o dużej częstotliwości wynikające z zależnej od czasu rzeczywistej natury pułapki. Wydawałoby się, że skoro mikroruch ma małą amplitudę, to nie ma też większego znaczenia. Jest to prawda w miejscach, gdzie w ruchu sekularnym jon ma duże prędkości. Może się jednak zdarzyć, że w pewnych punktach na trajektorii jonu prędkość ruchu sekularnego jest bardzo mała i mikroruch dominuje. Co więcej, choć amplituda mikroruchu jest mała, odpowiada on drganiom o dużej częstotliwości, więc jego energia może być całkiem spora. Wyobraźmy sobie teraz zderzenie energetycznego jonu z powolnym atomem gazu wypełniającego chłodzarkę sympatyczną. Zazwyczaj po kolizji następuje znaczne obniżenie energii jonu i wzrost energii atomu. Może się jednak zdarzyć, że zderzenie nastąpi w punkcie zwrotnym trajektorii sekularnej tak nieszczęśliwie, że spowoduje zmianę fazy mikroruchu. Wtedy możliwe jest przejście na trajektorię sekularną o wyższej energii. Podobne obliczenia w ramach teorii kwantowej zostały przeprowadzone dopiero niedawno, ale i tutaj dla pewnych parametrów pułapki (takich jak częstotliwość części zależnej od czasu, głębokości potencjału, masy atomów) dopuszczalne jest zarówno chłodzenie, jak i podgrzewanie.

Nasuwa się pytanie, czy energia w układzie jest zachowana i czy nie naruszamy przypadkiem trzeciej zasady termodynamiki. Na pierwszy rzut oka sytuacja jest następująca – ciepły jon w zimnym gazie się ogrzewa, nie ma termalizacji i możliwy jest przepływ ciepła od układu chłodniejszego do cieplejszego. . . Czyżby zatem mechanika kwantowa pozwalała stworzyć *perpetuum mobile*? Jednak (niestety lub na szczęście, zależnie od punktu widzenia) prawa fizyki działają także tutaj. Energia przepływająca w opisywanym układzie nierównowagowym nie jest emitowana do dalszego wykorzystania, ale pompowana lub odbierana jest przez pułapkę w postaci kwantów energii proporcjonalnych do jej częstotliwości.

Wracając do analogii z kawą – stwierdzamy, że możliwe jest gotowanie w kwantowej lodówce, ale należy odpowiednio trząść kubkiem, w którym się ta kawa znajduje. Warto podkreślić, że bez obecności lodówki (ultrazimnego gazu) chłodzenie lub grzanie nie zachodzi, a średnia energia kawy (jonu) pozostaje na stałym poziomie. Zatem lodówka pełni tutaj rzeczywiście rolę piecyka. Znajomość parametrów pułapki i zderzających się cząstek, dla których zachodzi efektywne chłodzenie (grzanie jest zwykle procesem niepożądanym), jest niezmiernie ważna dla fizyków doświadczalnych, którzy pragną maksymalnie przedłużyć stabilność badanych układów i przeprowadzić obliczenia kwantowe. Świętym Graalem w tej dziedzinie wciąż pozostaje stworzenie skalowalnego i efektywnie działającego komputera kwantowego.