Zgłębiając piękno matematyki

Można czasami usłyszeć od matematyka – sami publikujemy w *Delcie* takie wyznania! – że jakieś rozumowanie lub wzór są eleganckie czy ładne. Można snuć domysły, czy owo piękno odcieleśnionych idei jest tym samym, które odczuwamy, patrząc na dzieło sztuki lub przyglądając się powabnej dziewczynie czy przystojnemu chłopcu.

Zamiast oddawać się jałowym rozmyślaniom, Semir Zeki ze współpracownikami postanowili skorzystać z osiągnięć neuroobrazowania i przebadać za pomocą funkcjonalnego rezonansu magnetycznego mózgi piętnastu matematyków patrzących na 60 wzorów matematycznych, które prezentujemy poniżej. Badani wypełniali przy tym kwestionariusz, oceniając te wzory pod względem piękna i zrozumiałości.

Funkcjonalny rezonans magnetyczny pozwala określić aktywność poszczególnych obszarów mózgu, ponieważ aktywne neurony zużywają więcej tlenu od nieaktywnych, a krew utlenowana i odtlenowana mają inne podatności magnetyczne.

Analiza kwestionariuszy wykazała, że nie wszystkie wzory podobały się badanym tak samo. Czy potrafisz odgadnąć, Czytelniku, który został uznany za najładniejszy, a który za najmniej ładny? Odpowiedź znajdziesz poniżej. A może uważasz, że jakiś inny, nieuwzględniony w badaniu wzór jest jeszcze ładniejszy?

Co ciekawe, aktywność mózgów badanych zależała od tego, czy patrzyli na wzory, które uważali za piękne. Wyraźną różnicę dało się zauważyć w obszarze podstawno-przyśrodkowej kory płatów czołowych. Wiadomo zaś z wcześniejszych badań, że ta część mózgu jest aktywna także podczas oglądania pięknych obrazów czy słuchania pięknej muzyki.

Czy oznacza to, że na postawione na wstępie pytanie należy udzielić odpowiedzi twierdzącej? Byłoby to zdecydowanie przedwczesne. Po pierwsze, stwierdzenie aktywności jakiejś stuktury mózgu nie pozwala jeszcze na określenie jej roli w złożonym procesie przetwarzania bodźców. Po drugie, choć dla wszystkich rodzajów pięknych doznań aktywny jest ten sam fragment mózgu, istnieją różnice w szczegółowych mapach aktywności mózgu dla poszczególnych bodźców. Wydaje się zatem, że pełniejsze zrozumienie, na czym polega piękno matematyki, będzie wymagało jeszcze wiele pracy.

Krzysztof TURZYŃSKI

S. Zeki, J. .P. Romaya, D. M. T. Benincasa, M. F. Atiyah, *The experience of mathematical beauty and its neural correlates*, Front. Hum. Neurosci., 13.02.2014, doi: 10.3389/fnhum.2014.00068

Za najładniejszy badani uznali pierwszy na liście wzór Eulera. Miano najmniej ładnego przypadło czternastemu wzorowi, podanemu przez Srinivasę Ramanujana.

$$1+e^{i\pi}=0$$
$$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$$
$$V-E+F=2$$
$$\int\limits_M K\mathrm{d}A+\int\limits_{\partial M}k_g\mathrm{d}s=2\pi\chi(M)$$
$$e^{ix}=\cos x+i\sin x$$
$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}\mathrm{d}x=\sqrt{\pi}$$
$$\frac{1}{\zeta(s)}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\mu(n)}{n^s},\ s\in\mathbf{C},\ \mathrm{Re}(s)>1$$
$$\exp(X)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{X^n}{n!}$$
$$\mathcal{F}_x[e^{-ax^2}](k)=\sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{-\pi^2k^2/a^2}$$
$$e=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$
$$2^{|S|}>|S|$$
$$z_{n+1}=z_n^2+c$$
$$f(x)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\delta(x-y)f(y)\mathrm{d}y$$
$$\frac{1}{\pi}=\frac{2\sqrt{2}}{9801}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(4k)!(1103+26390k)}{(k!)^4 369^{4k}}$$
$$1729=1^3+12^3=9^3+10^3$$
$$a^2+b^2=c^2$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int\limits_a^x f(s)\mathrm{d}s=f(x)$$
$$\oint\limits_\gamma f(z)\mathrm{d}z=2\pi i\sum\mathrm{Res}(f,a_k)$$
$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=x(\alpha-\beta y),\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-y(\gamma-\delta x)$$
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=D\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2}$$
$$\pi=\frac{c}{d}$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}e^x=e^x$$
$$f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$
$$A\mathbf{x}=\lambda\mathbf{x}$$
$$\|x+y\|\leqslant\|x\|+\|y\|$$
$$\pi(x)\sim\frac{x}{\log x}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}=\prod_p\left(1-\frac{1}{p^s}\right)^{-1}$$
$$3^2+4^2=5^2$$
$$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}z^n}f(z)=\frac{n!}{2\pi i}\oint\limits_c\frac{f(w)}{(w-z)^{n+1}}\mathrm{d}w$$
$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\ldots$$
$$\frac{\pi^2}{6}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$$
$$\sum_{k=0}^{\infty}ar^k=\frac{a}{1-r},\ |r|<1$$
$$\int f\mathrm{d}\mu=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n}f\circ T^k$$
$$\int\limits_{\partial M}\omega=\int\limits_M\mathrm{d}\omega$$
$$\sqrt{\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-n^2}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-\frac{n^2}{4}}$$
$$\langle B,B\rangle_t=t$$
$$\prod_{k=0}^{\infty}(1+x^k)=\sum_{n=0}^{\infty}p(n)x^n$$
$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}a_k\geqslant\Big(\prod_{k=1}^{n}a_k\Big)^{\frac{1}{n}},\ a_k>0$$
$$|\emptyset|=0$$
$$T=\mathrm{d}e+\omega\wedge e,\ R=\mathrm{d}\omega+\omega\wedge\omega$$
$$n!=n^ne^{-n}\sqrt{2\pi n}(1+o(n))$$
$$\chi_\Omega(\exp X)=\int\limits_\Omega e^{i\langle F,X\rangle+\sigma(F)}$$
$$V_n(r)=\frac{\pi^{\frac{n}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2}+1)}r^n$$
$$S^2\cong CP^1\cong SO(3)/SO(2)$$
$$\mathbf{Z}\xhookrightarrow{2\cdot}\mathbf{Z}\twoheadrightarrow\mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$$
$$R^{\alpha}_{\beta[\gamma\delta;\lambda]}=0$$
$$f(z)=\frac{az+b}{cz+d}$$
$$\{\gamma_i,\gamma_j\}=2\eta_{ij}$$
$$1=\sum_{n=2}^{\infty}(\zeta(n)-1)$$
$$A\cap A^C=\emptyset$$
$$U^C=\emptyset$$
$$A=\int\limits_{\sigma(A)}\lambda\mathrm{d}E_\lambda$$
$$\int\theta\mathrm{d}\theta=1,\ \int\mathrm{d}\theta=0$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y},\ \frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x}$$
$$\Delta\varphi=0$$
$$x^2-ny^2=1$$
$$\varphi_{tt}-\varphi_{xx}+\sin\varphi=0$$
$$a^n+b^n=c^n,\ n>2$$
$$\zeta(s)=2^s\pi^{s-1}\sin\left(\frac{\pi s}{2}\right)\Gamma(1-s)\zeta(1-s)$$
$$\nabla_\mu(R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}R)=0$$