Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2014

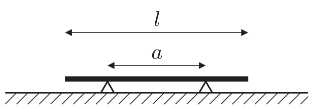
Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

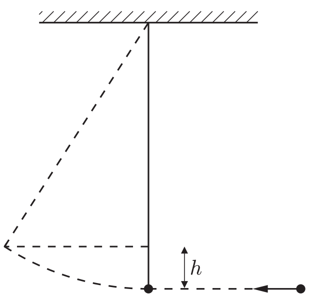
Zadania z fizyki nr 568, 569

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA



Rys. 1

568. Cienki, jednorodny pręt o masie m i długości l leży symetrycznie na dwóch podporach odległych o a (rys. 1). Jedną z podpór usunięto. Znaleźć siłę reakcji drugiej podpory natychmiast po usunięciu pierwszej.



Rys. 2

569. Naładowana kulka o masie m wisi na elektrycznie izolowanej nici (rys. 2). Znaleźć pracę, jaką należy wykonać, przybliżając z daleka i bardzo wolno drugą naładowaną kulkę i umieszczając ją w miejscu, gdzie przedtem znajdowała się kulka wisząca na nici. Pierwsza kulka odchyliła się i podniosła na wysokość h. Przyspieszenie ziemskie g jest dane.

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 558 ($WT = 2{,}2$), 559 ($WT = 2{,}12$), 560 ($WT = 1{,}6$) i 561 ($WT = 2{,}35$) z numerów 5–6/2013

Andrzej Nowogrodzki	Chocianów	43,72
Krzysztof Magiera	Łosiów	37,67
Michał Koźlik	Gliwice	36,14
Jacek Konieczny	Poznań	24,51

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2014

Zadania z matematyki nr 671, 672

Redaguje Marcin E. KUCZMA

671. Płaszczyznę podzielono prostymi poziomymi i pionowymi na kwadraty jednostkowe i niektóre z tych kwadratów (skończenie wiele) zaczerniono. Każdy czarny kwadrat ma wspólne boki z dokładnie dwoma innymi czarnymi kwadratami. Ile może być czarnych kwadratów? Podać wszystkie możliwe wartości ich liczby.

672. Wykazać, że istnieje nieskończenie wiele par liczb wymiernych dodatnich u, v, dla których liczba

$$u + \frac{1}{u} + v + \frac{1}{v}$$

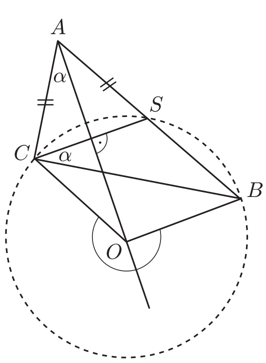
jest całkowita.

Zadanie 672 zaproponował pan Witold Bednarek z Łodzi.

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 661 ($WT = 1{,}13$) i 662 ($WT = 2{,}84$) z numeru 5/2013

Krzysztof Kamiński	Pabianice	46,86
Paweł Najman	Kraków	46,33
Rami Marcin Ayoush	Szelków	41,55
Marek Spychała	Warszawa	39,37
Janusz Fiett	Warszawa	38,75
Wojciech Maciak	Warszawa	36,72
Andrzej Idzik	Bolesławiec	36,63

Te nazwiska nie są nowe: Krzysztof Kamiński – już po raz drugi; a Paweł Najman – po raz szósty; to już druga norma weterańska.



Rozwiązanie zadania M 1405.
Niech O będzie środkiem okręgu opisanego na trójkącie BCS. Ponieważ trójkąt ACS jest równoramienny, dwusieczna kąta BAC to symetralna odcinka CS, więc leży na niej punkt O. Oznaczmy $\alpha = \sphericalangle CAO$. Wówczas $\sphericalangle SCB = \alpha$, a skoro $\sphericalangle BSC = 180^\circ - \sphericalangle CSA = 90^\circ + \alpha$, to

$$\sphericalangle BOC = 2(180^\circ - \sphericalangle BSC),$$

skąd łatwo otrzymać $\sphericalangle OCB = \alpha$. Równość $OC = AC$ jest równoważna $\sphericalangle OCS = \sphericalangle SCA$, czyli $\alpha = 30^\circ$. A to jest równoważne temu, że ABC jest *połówką* trójkąta równobocznego lub że S jest środkiem AB.

Rozwiązanie zadania M 1407.
Załóżmy, że $|AB| = x + y$, gdzie y to długość odcinka z ruchomą taśmą. Jeśli Jaś będzie biegł poza taśmą, to pokona drogę od A do B w czasie

$$t_1 = t + \frac{x - tv'}{v} + \frac{y}{u+v},$$

a gdy będzie biegł po taśmie, to droga zajmie mu czas

$$t_2 = \frac{x}{v} + t + \frac{y - t(u+v')}{u+v}.$$

Zauważmy, że

$$t_1 - t_2 = t\frac{u+v'}{u+v} - t\frac{v'}{v} = tu\frac{v - v'}{(u+v)v} < 0,$$

więc Jaś powinien biec poza taśmą.