delta
MATEMATYKA – FIZYKA – ASTRONOMIA – INFORMATYKA

Zadania Olimpiady Informatycznej będą opublikowane w *Delcie* 11/2013

Olimpiada

Zadania zawodów I stopnia Olimpiad: Fizycznej, Matematycznej oraz Matematycznej Gimnazjalistów 2013/2014

IX Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego – część korespondencyjna (1 września – 21 października 2013 r.)

Rozwiązania powyższych zadań powinny zostać wysłane najpóźniej dnia 21 października 2013 r. na adres właściwego Komitetu Okręgowego OMG. Dokładne adresy Komitetów oraz szczegółowe informacje dotyczące sposobu zapisu rozwiązań dostępne są na stronie internetowej Olimpiady: `www.omg.edu.pl`.

Uwaga: Wynik uzyskany w zawodach pierwszego stopnia jest sumą punktów części korespondencyjnej i testowej zawodów. Część testowa odbędzie się w szkole uczestnika w dniu 3 października 2013 r.

1. Do pociągu, który może pomieścić co najwyżej 404 pasażerów, wsiadła na początkowej stacji pewna liczba podróżnych. Na następnej stacji liczba pasażerów tego pociągu zwiększyła się o $1,5\%$. Ilu podróżnych wsiadło do pociągu na początkowej stacji? Odpowiedź uzasadnij.

2. Czy istnieją takie liczby całkowite a, b, c, d, że liczby

$$a-b, \quad b-c, \quad c-d, \quad d-a,$$

wypisane w podanym porządku, są kolejnymi liczbami całkowitymi? Odpowiedź uzasadnij.

3. Punkty E i F leżą odpowiednio na bokach BC i CD prostokąta $ABCD$, przy czym trójkąt AEF jest równoboczny. Punkt M jest środkiem odcinka AF. Wykaż, że trójkąt BCM jest równoboczny.

4. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 4, \\ 2xy - 2x = -5. \end{cases}$$

5. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$. Punkty K i L są środkami odpowiednio boków AB i CD. Wykaż, że jeżeli pola czworokątów $BCLK$ i $DAKL$ są równe, to czworokąt $ABCD$ jest trapezem.

6. Punkt P leży na sferze opisanej na sześcianie. Wykaż, że suma kwadratów odległości punktu P od wierzchołków sześcianu nie zależy od wyboru punktu P.

7. Czy kwadrat o wymiarach 2013×2013 można podzielić na prostokąty o wymiarach 1×3 w taki sposób, aby liczba prostokątów ułożonych pionowo różniła się o 1 od liczby prostokątów ułożonych poziomo? Odpowiedź uzasadnij.

LXV Olimpiada Matematyczna

Rozwiązania zadań (każde na osobnym arkuszu, pisane jednostronnie) należy wysłać listem poleconym pod adresem komitetu okręgowego Olimpiady właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia

30 września 2013 r. – I seria,
4 listopada 2013 r. – II seria,
4 grudnia 2013 r. – III seria

(decyduje data stempla pocztowego). Rozwiązania przesłane w terminie późniejszym nie będą rozpatrywane. Rozwiązanie każdego zadania należy podpisać w lewym górnym rogu pierwszej jego strony: imieniem i nazwiskiem, swoim adresem, swoim adresem elektronicznym oraz klasą, nazwą i adresem szkoły.

Adresy Komitetów Okręgowych oraz bieżące informacje, a także zadania z poprzednich Olimpiad Matematycznych można znaleźć w Internecie pod adresem: `www.om.edu.pl`.

Zadania konkursowe zawodów stopnia pierwszego

I seria
(1 września 2013 r. – – 30 września 2013 r.)

1. Wykazać, że jeśli liczby całkowite a, b, c spełniają równanie
$$(a+3)^2+(b+4)^2-(c+5)^2=a^2+b^2-c^2,$$
to wspólna wartość obu stron jest kwadratem liczby całkowitej.

2. Dane są trzy różne liczby całkowite $a,b,c>1$ spełniające warunek $\mathrm{NWD}(a,b,c)=1$. Znaleźć wszystkie możliwe wartości liczby
$$\mathrm{NWD}(a^2b+b^2c+c^2a,\ ab^2+bc^2+ca^2,\ a+b+c).$$

3. Na tablicy napisano słowo *abdc*. W jednym ruchu możemy dopisać lub usunąć (na początku, w środku lub na końcu) palindrom parzystej długości utworzony z liter a, b, c, d. Rozstrzygnąć, czy po skończonej liczbie ruchów możemy uzyskać słowo *bacd*. (*Uwaga*: Palindromem nazywamy słowo, które czytane od lewej do prawej jest takie samo jak czytane od prawej do lewej, np. *abba*, *cc*, *daaaad*.)

4. Na bokach BC, CA, AB trójkąta ostrokątnego ABC leżą odpowiednio punkty D, E, F, przy czym $FA=FE$ oraz $FB=FD$. Udowodnić, że punkt przecięcia wysokości trójkąta ABC leży na okręgu przechodzącym przez punkty C, D, E.

II seria
(1 października 2013 r. – – 4 listopada 2013 r.)

5. Wyznaczyć wszystkie funkcje f określone na zbiorze liczb całkowitych i przyjmujące wartości całkowite, spełniające warunek
$$f(a+b)^3-f(a)^3-f(b)^3=3f(a)f(b)f(a+b)$$
dla każdej pary liczb całkowitych a, b.

6. Dowieść, że nie istnieją dodatnie liczby całkowite x, y, z, dla których
$$(3x+4y)(4x+5y)=7^z.$$

7. Dany jest okrąg o i jego cięciwa AB niebędąca średnicą. Na okręgu o wybieramy punkt P, różny od punktów A i B. Punkty Q i R leżą odpowiednio na prostych PA i PB, przy czym $QP=QB$ oraz $RP=RA$. Punkt M jest środkiem odcinka QR. Wykazać, że wszystkie uzyskane w ten sposób proste PM (odpowiadające różnym położeniom punktu P na okręgu o) mają punkt wspólny.

8. W czworościanie $ABCD$ płaszczyzna dwusieczna kąta dwuściennego o krawędzi BC przecina krawędź AD w punkcie P, zaś punkt Q jest rzutem prostokątnym punktu P na prostą BC. Udowodnić, że $\sphericalangle AQP=\sphericalangle PQD$.

III seria
(1 listopada 2013 r. – – 4 grudnia 2013 r.)

9. Udowodnić, że dla każdej trójki różnych liczb dodatnich a, b, c z odcinków o długościach
$$\sqrt[3]{(a^2-b^2)(a-b)},\quad \sqrt[3]{(b^2-c^2)(b-c)},\quad \sqrt[3]{(c^2-a^2)(c-a)}$$
można zbudować trójkąt.

10. Ciąg x_0, x_1, x_2, ... określamy wzorami: $x_0=1$, $x_1=3$ oraz
$$x_{n+2}=6x_{n+1}-x_n \quad \text{dla } n=0,1,2,\ldots.$$
Udowodnić, że dla każdego n istnieją takie liczby całkowite a, b, że
$$x_n=a^2+2b^2.$$

11. Dany jest trójkąt ABC, w którym $AB\neq AC$. Okrąg o wpisany w ten trójkąt jest styczny do boków BC, CA, AB odpowiednio w punktach D, E, F. Punkt M jest środkiem odcinka EF. Okrąg o średnicy MD przecina okrąg o w punktach D i P oraz przecina odcinek EF w punktach M i Q. Wykazać, że prosta PQ połowi odcinek AM.

12. W prostokącie P zaznaczono n^2 różnych punktów. Dla każdej liczby całkowitej $n\geqslant 2$ znaleźć największą możliwą liczbę prostokątów, w których każdy wierzchołek jest jednym z zaznaczonych punktów, a boki są równoległe do boków prostokąta P.

LXIII Olimpiada Fizyczna

Zadania zawodów I stopnia

Rozwiązania zadań I stopnia należy przesyłać do **Okręgowych Komitetów Olimpiady Fizycznej** w terminach:

część I – do 11 października br.
część II – do 15 listopada br.

O kwalifikacji do zawodów II stopnia będzie decydować suma punktów uzyskanych za rozwiązania zadań części I i II.

Szczegóły dotyczące regulaminu oraz organizacji Olimpiady można znaleźć na stronie internetowej `http://www.kgof.edu.pl`.

Krótka informacja na temat poprawnej redakcji rozwiązań zadań Olimpiady Fizycznej

Zadania powinny być rozwiązane jasno, przejrzyście i czytelnie. Każde zadanie powinno być rozwiązane na oddzielnej kartce papieru. Poszczególne etapy rozumowania należy opisać, a wszelkie zależności fizyczne, które nie są wprost podane w podręcznikach szkolnych – udowodnić. Należy również objaśnić wszelkie oznaczenia występujące w rozwiązaniach zadań. Rysunki mogą być wykonane odręcznie – muszą być jednak przejrzyste i czytelne oraz dobrze opisane w tekście.

Rozumowanie przedstawione w rozwiązaniach nie może zawierać luk logicznych. Każdy krok rozumowania powinien być zwięźle opisany, a przyjęte założenia – klarownie uzasadnione. Rozwlekłość jest uznawana za ujemną cechę pracy.

Rozwiązanie zadania teoretycznego powinno być poprzedzone analizą problemu poruszanego w zadaniu, a zakończone dyskusją wyników. Rozwiązania zadań teoretycznych powinny odnosić się do ogólnej sytuacji opisanej w treści, dane liczbowe (o ile podane) powinny być podstawione dopiero do ostatecznych wzorów.

W zadaniach doświadczalnych należy wyraźnie rozgraniczyć części teoretyczną i doświadczalną. Część teoretyczna zadania doświadczalnego powinna zawierać analizę problemu wraz z wyprowadzeniem niezbędnych wzorów (o ile nie ma ich wprost w podręcznikach szkolnych) oraz sugestię metody doświadczalnej. Część doświadczalna powinna zawierać m.in. opis układu doświadczalnego ilustrowany rysunkiem, opis wykonanych pomiarów, wyniki pomiarów, analizę czynników mogących wpływać na wyniki (jak np. rozpraszanie energii lub opory wewnętrzne mierników), opracowanie wyników wraz z dyskusją niepewności pomiarowych. Wykresy do zadania doświadczalnego powinny być starannie wykonane, najlepiej na papierze milimetrowym. Ocenie podlegają wyłącznie elementy rozwiązania opisane w pracy. W zadaniach doświadczalnych osobno oceniana jest część teoretyczna i część doświadczalna.

W rozwiązaniach można posługiwać się dowolnym układem jednostek, chyba że tekst zadania mówi wyraźnie inaczej.

Część I (termin wysyłania rozwiązań – 11 października 2013 r.)

Uwaga: Rozwiązania zadań należy zamieścić w kolejności zgodnej z ich numeracją. Wszystkie strony pracy powinny być ponumerowane. Na każdym arkuszu należy umieścić nazwisko i imię oraz adres autora pracy. Na pierwszym arkuszu pracy dodatkowo należy podać nazwę, adres szkoły i klasę oraz nazwisko i imię nauczyciela fizyki.

Podaj i krótko uzasadnij odpowiedź. Za każde z 15 zadań można otrzymać maksimum 4 punkty.

1. Rozważmy balon w kształcie bryły obrotowej o wydłużonym kształcie. Powłoka balonu jest jednakowo gruba w każdym miejscu. Jak zmienią się proporcje balonu po dalszym dopompowywaniu: będzie on bardziej wydłużony, bliższy kształtem kuli, czy proporcje się nie zmienią?

Dla uproszczenia przyjmij, że początkowo balon ma kształt walca zakończonego półsferami, a ciśnienie w jego wnętrzu jest równe ciśnieniu na zewnątrz.

2. Ujemny biegun akumulatora samochodowego jest zwykle podłączony do karoserii (masy). Chcemy wymontować taki akumulator, odłączając przewody przy pomocy nieizolowanych metalowych narzędzi. Biorąc pod uwagę względy bezpieczeństwa, od którego bieguna powinniśmy najpierw odłączyć przewód? W jakiej kolejności powinniśmy podłączać przewody montując akumulator z powrotem?

3. Stojąc na podłodze, jedną ręką podtrzymujemy lekko rower, żeby się nie przewrócił, a drugą ciągniemy w kierunku tyłu roweru za pedał znajdujący się w najniższym położeniu. W którą stronę – do przodu, czy do tyłu – przesunie się rower? Czy dla każdego roweru odpowiedź jest taka sama?

4. Rurka obraca się w płaszczyźnie poziomej podłogi ze stałą prędkością kątową ω. W odległości r od osi obrotu, wewnątrz rurki znajduje się kulka o średnicy nieco mniejszej od wewnętrznej średnicy rurki, utrzymywana w tej odległości za pomocą nitki.

Ile będzie wynosić według nieruchomego obserwatora przyspieszenie kulki tuż po pęknięciu nitki?

Pomiń tarcie kulki o rurkę.

5. Kartka papieru leży na równym poziomym stole. Przez środek kartki w stół wbito szpilkę, a do rogu kartki przyłożono siłę skierowaną równolegle do krótszego boku. Maksymalna wartość tej siły, przy której kartka jeszcze się nie obraca, to F_1. Ile wynosi maksymalna wartość siły nie powodującej jeszcze obrotu kartki, jeśli jest ona tak samo skierowana jak poprzednio i przyłożona w tym samym punkcie, a szpilka jest wbita w kartkę tuż przy rogu przeciwległym do punktu przyłożenia siły?

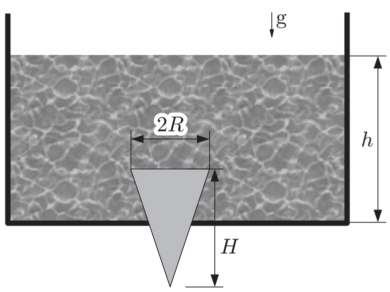
6. Rozważmy dwie identyczne kulki, znajdujące się początkowo na tej samej wysokości. W tym samym momencie jedną z nich rzucono poziomo, a drugą upuszczono z zerową prędkością początkową. Siła oporu powietrza działająca na kulki jest proporcjonalna do kwadratu prędkości. Która kulka wcześniej spadnie na ziemię? Jaka powinna być zależność siły oporu od prędkości, żeby kulki spadły jednocześnie?

7. Powiększenie w aparacie fotograficznym można uzyskać na dwa sposoby: zmieniając ogniskową (powiększenie optyczne) oraz powiększając do wymiarów zdjęcia jedynie fragment obrazu padającego na matrycę aparatu (powiększenie cyfrowe). Rozpatrzmy prosty model pierwszego przypadku: soczewka o ogniskowej f_1 znajdująca się w przybliżeniu w odległości f_1 od matrycy zostaje zastąpiona przez soczewkę o identycznej średnicy jak poprzednia (ta sam wielkość otworu, przez który przechodzi światło) o ogniskowej $f_2 > f_1$ znajdującą się w przybliżeniu w odległości f_2 od matrycy. Który przypadek – powiększenie optyczne, czy cyfrowe – jest bardziej korzystny z punktu widzenia teoretycznej przydatności do robienia zdjęć przy słabym świetle (tzn. w którym przypadku na obszar matrycy, z którego powstanie zdjęcie, w tym samym czasie pada więcej światła)?

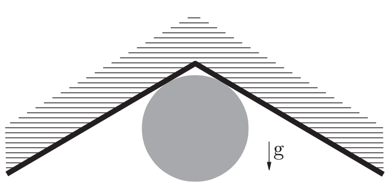
Przyjmij, że przedmiot znajduje się w odległości od soczewki znacznie większej od ogniskowej, a ogniskowa jest znacznie większa od średnicy soczewki.

8. Maksymalna możliwa zdolność rozdzielcza układu optycznego jest określona przez efekty dyfrakcyjne. Dla aparatu fotograficznego możemy ją określić jako wielkość na zdjęciu plamki będącej obrazem odległego, punktowego źródła światła. Rozważając wprowadzone w zadaniu 7. metody powiększenia (optyczne i cyfrowe) ustal, która metoda prowadzi do lepszej teoretycznej zdolności rozdzielczej aparatu.

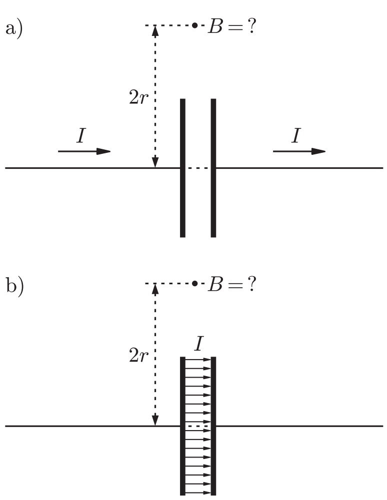
Przyjmij takie same założenia jak w zadaniu 7.



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

9. Mamy dwa trójkołowe rowery o jednym kole sterującym z przodu i dwóch kołach z tyłu. Przednie koła są takie same, natomiast tylne w pierwszym rowerze są duże, a w drugim małe. Który z rowerów jest stabilniejszy przy szybkiej jeździe na zakręcie o małym promieniu, tzn. w którym przypadku niebezpieczeństwo przewrócenia się na bok jest mniejsze?

Przyjmij, że położenie punktów styczności kół z podłożem, położenie środka masy oraz masa roweru z rowerzystą są takie same w obu przypadkach. Droga jest równa i pozioma. Koła rowerów nie są amortyzowane, a ich masa w obu przypadkach jest taka sama. Przyjmij, że większość masy koła znajduje się w pobliżu jego obwodu.

10. W płaskim dnie naczynia znajduje się okrągły otwór o promieniu $R/2$. Otwór zatkano korkiem w kształcie stożka o wysokości H i promieniu podstawy R (patrz rysunek 1). Wysokość poziomu cieczy w naczyniu wynosi h. Jakie co najmniej musi być h, aby korek nie wyskoczył z otworu?

Średnia gęstość korka jest znacznie mniejsza od gęstości cieczy. Między korkiem a otworem nie występuje tarcie.

11. Robert kopnął piłkę tak, że ugrzęzła w załamaniu – o kącie 120° – skośnego sufitu (patrz rysunek 2). Ile co najmniej musi wynosić współczynnik tarcia piłki o sufit, aby to było możliwe?

Piłka nie przykleja się do sufitu.

12. Rozważmy kondensator płaski, którego okładki są kołami o promieniu r, a odległość między nimi wynosi d. Do kondensatora dochodzą długie, prostoliniowe przewody. Wyznacz pole magnetyczne w punkcie znajdującym się w równej odległości od każdej z okładek, w odległości $R = 2r$ od osi kondensatora, gdy

a) przez przewody płynie prąd I,
b) przez przewody nie płynie prąd, ale ośrodek między okładkami ma pewne przewodnictwo elektryczne i między okładkami płynie jednorodny prąd o całkowitej wartości I (kondensator się rozładowuje).

13. Przez gęsto nawiniętą cewkę o N zwojach, długości L i promieniu $R \ll L$ płynie prąd o natężeniu I. Rozważmy płaszczyznę przechodzącą przez środek cewki i prostopadłą do jej osi. Ile wynosi strumień indukcji pola magnetycznego przez część tej płaszczyzny, znajdującą się na zewnątrz cewki?

Uwzględnij, że płaszczyzna jest nieskończona (tzn. jej rozmiary są znacznie większe od L).

14. Marek używa elektronicznej wagi łazienkowej. Ze zdziwieniem stwierdził, że gdy waży się w łazience, której podłoga wyłożona jest płytkami ceramicznymi, to waga wskazuje 60 kg, a gdy waży się w pokoju wyłożonym miękką wykładziną, to waga wskazuje 55 kg. Jak to jest możliwe?

15. Wyniki eksperymentów przeprowadzonych w Wielkim Zderzaczu Hadronów (LHC) Europejskiej Organizacji Badań Jądrowych (CERN) potwierdzają hipotezę, że istnieje cząstka nazwana bozonem Higgsa i że masa tej cząstki wynosi ok. 125 GeV/c^2.

Jedną z możliwości rozpadu bozonu Higgsa jest rozpad na cztery miony (dwa μ^+ i dwa μ^-) o masie 106 MeV/c^2 i średnim czasie życia $\tau = 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ s każdy. Jaką średnio drogę w układzie bozonu Higgsa przebędzie do momentu swojego rozpadu każdy z mionów przy założeniu, że nie zderzy się z innymi cząstkami?

W przypadku relatywistycznym obowiązują wzory: $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$, $v = pc^2/E$, $T = T_0 \cdot E/(mc^2)$, gdzie E, p, m, v oraz c to odpowiednio energia całkowita, pęd, masa, prędkość oraz prędkość światła, T_0 to średni czas życia cząstki we własnym układzie odniesienia, T to średni czas życia tej cząstki dla obserwatora, względem którego ma ona energię E.

Uwaga: Pierwszym etapem opisanego rozpadu bozonu Higgsa są dwa bozony Z, a dopiero one rozpadają się na miony. Średni czas życia bozonu Z jest jednak tak mały, że ten etap został powyżej pominięty.

Część II (termin wysyłania rozwiązań – 15 listopada 2013 r.)

Uwaga: Rozwiązanie każdego zadania powinno być napisane na oddzielnym arkuszu papieru podaniowego. Na każdym arkuszu należy umieścić nazwisko i imię oraz adres autora pracy, a także nazwę, adres szkoły i klasę oraz nazwisko i imię nauczyciela fizyki. Do pracy należy dołączyć kopertę zaadresowaną do siebie.

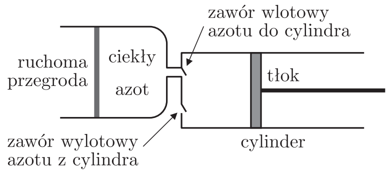
Zadania teoretyczne

Należy przesłać rozwiązania trzech (i tylko trzech) dowolnie wybranych zadań teoretycznych. Za każde z trzech zadań można otrzymać maksimum 20 punktów.

T1. Astronomowie zaobserwowali zbliżającą się do Ziemi planetoidę. Ustalono, że planetoida znajdowała się w odległości $r_0 = 50000$ km od środka Ziemi, zbliżała się się do niego z prędkością $v_0 = 20$ km/s, a jej prędkość kątowa względem tego środka, mierzona w układzie inercjalnym, wynosiła $\omega_0 = 5{,}6 \cdot 10^{-5}$ rad/s.

Pomijając wpływ Słońca, Księżyca i innych ciał niebieskich ustal, czy planetoida ominie Ziemię.

T2. Skonstruowano samochód napędzany ciekłym azotem. Silnik samochodu działa wieloetapowo. W pierwszym etapie porcja azotu wrze w temperaturze T_1 i pod ciśnieniem p_1, a powstająca para przesuwa tłok. Po odparowaniu całej porcji azotu jest on jednocześnie ogrzewany i rozprężany, tak, że ciśnienie maleje liniowo ze wzrostem objętości, a w końcowym punkcie tego etapu ciśnienie i temperatura azotu są równe ciśnieniu otoczenia p_0 i temperaturze otoczenia T_0. Następnie tłok wypychając azot do otoczenia powraca do położenia początkowego i pobierana jest kolejna porcja ciekłego azotu. Zbiornik posiada przegrodę, przesuwającą się w trakcie pobierania tej porcji tak, by ciśnienie w zbiorniku pozostawało stałe (całkowita praca wykonywana w tym etapie jest równa zeru – praca zużywana na przesunięcie przegrody jest równa pracy uzyskiwanej przy przesuwaniu tłoka).



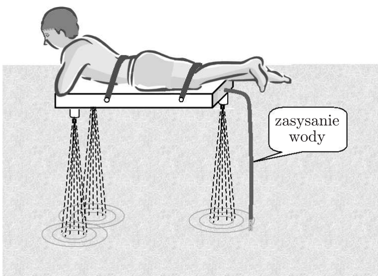
Rys. 4

Gęstość ciekłego azotu w temperaturze T_1 i pod ciśnieniem p_1 wynosi ρ_1, a ciepło parowania – q_1.

Jaką średnią moc P ma silnik samochodu, jeśli zużywa on masę Δm azotu w ciągu czasu Δt?

Podaj wartość liczbową tej mocy dla $T_1 = 107$ K, $p_1 = 1{,}23 \cdot 10^6$ Pa, $\rho_1 = 644$ kg/m^3, $T_0 = 300$ K, $p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Pa, $\Delta m = 10$ kg, $\Delta t = 3600$ s.

Przyjmij, że gazowy azot jest gazem doskonałym o stałym cieple właściwym. Masa molowa gazowego azotu to $\mu = 0{,}028$ kg/mol. Uniwersalna stała gazowa $\mathrm{R} = 8{,}31$ J/(mol $\cdot$ K).



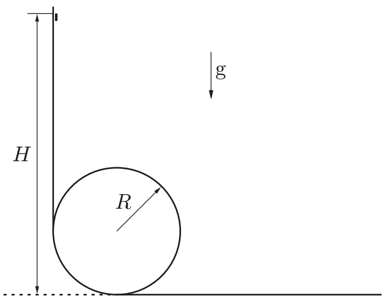
Rys. 5

T3. Skonstruowano urządzenie, które przypięte do człowieka, umożliwia unoszenie się go nad powierzchnią wody. Posiada ono dysze, z których pionowo w dół wytryskuje woda, przy czym całkowita powierzchnia przekroju poprzecznego wytryskujących strumieni wynosi s_1. Woda jest zasysana rurą o przekroju poprzecznym s_2. Gęstość wody wynosi ρ, przyspieszenie ziemskie wynosi g.

Jaka powinna być prędkość wypływu wody v, aby to urządzenie wraz przypiętą osobą utrzymało się nad powierzchnią wody, jeśli całkowita masa (urządzenie, człowiek, woda w rurach) wynosi m ?

Pomijając straty energii przy zasysaniu wody oraz na dalszych etapach jej przepływu, wyznacz moc P, jaka jest wydatkowana, gdy urządzenie unosi się na wysokości h (jest to odległość wylotów dysz od powierzchni wody).

Przyjmując $m = 150$ kg, $s_1 = 0{,}005$ m^2, $s_2 = 0{,}005$ m^2, $h = 5$ m, $g = 10$ m/s, $\rho = 1000$ kg/m^3 wyznacz v oraz P.



Rys. 6

T4 (zadanie numeryczne). Rozważmy tor składający się z bardzo długiego pionowego odcinka oraz pętli o promieniu R i kącie 450° przechodzącej w poziomy odcinek.

Z pewnej wysokości, po pionowym odcinku toru puszczamy mały klocek, którego współczynnik tarcia o tor wynosi μ. Niech H będzie minimalną wysokością, z której puszczony klocek przebędzie całą pętlę nie odrywając się od niej.

Wyznacz H dla μ od 0 do 0,5 co 0,05.

Pomiń opór powietrza.

Uwaga: Wskazówki dotyczące rozwiązywania zadań numerycznych znajdziesz w treściach i rozwiązaniach zadań numerycznych z poprzednich olimpiad.

Zadania doświadczalne

Przesłać należy rozwiązania dwóch (i tylko dwóch) zadań dowolnie wybranych z trzech podanych zadań doświadczalnych. Za każde zadanie można otrzymać maksimum 40 punktów.

D1. Na ciecz przepływającą przez wąską rurkę działa siła oporu F_{op} proporcjonalna do iloczynu długości rurki L oraz przepływu cieczy Q (masy cieczy wypływającej z rurki w jednostce czasu). Możemy zatem zapisać $F_{\mathrm{op}} = \alpha \cdot Q \cdot L$, gdzie α jest pewnym współczynnikiem. Masz do dyspozycji:

- plastikową butelkę o pojemności około 1 litra,
- menzurkę o pojemności około 1 litra,
- olej spożywczy (np. słonecznikowy),
- linijkę lub papier milimetrowy,
- słomkę do napojów o średnicy 5 mm $\pm$ 1 mm,
- plastelinę i taśmę klejącą,
- nożyczki do cięcia butelki i słomki,
- statyw,
- kamerę internetową podłączoną do komputera z programem umożliwiającym odczytanie dokładnego czasu danej klatki filmu.

Wyznacz zależność przepływu oleju przez słomkę od ciśnienia na wysokości wlotu słomki. Pomiary przeprowadź w zakresie ciśnień od 0 do 1200 Pa ponad ciśnienie atmosferyczne. Na tej podstawie wyznacz współczynnik α. Przyjmij, że gęstość oleju wynosi $\rho = 0{,}9$ g/cm^3.

D2. Podczas działania latarki wolframowe włókno żaróweczki znaczną część dostarczanej energii emituje w postaci promieniowania elektromagnetycznego. Jeśli jednak stłuc szklaną bańkę i umieścić żaróweczkę w cieczy, dominujące stają się inne mechanizmy chłodzenia. Odprowadzana moc P jest w znacznym zakresie temperatur proporcjonalna do różnicy temperatury włókna T i temperatury otoczenia T_0:

$$P = \alpha \cdot (T - T_0).$$

Wyznacz współczynnik α dla trzech różnych cieczy: wody, gliceryny i oleju jadalnego. Masz do dyspozycji:

- żaróweczkę od latarki na napięcie z zakresu 3 V do 6 V,
- regulowane źródło napięcia stałego (np. zasilacz lub baterię z opornicą),
- woltomierz i amperomierz (np. dwa mierniki uniwersalne),
- kable połączeniowe,
- zlewkę,
- wodę, glicerynę i olej jadalny (np. słonecznikowy).

Przyjmij następującą zależność oporu właściwego wolframu ρ od temperatury

$$\rho = \rho_0 \cdot [1 + \beta \cdot (T - T_0)]$$

gdzie ρ_0 jest pewnym współczynnikiem, a $\beta = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ K^{-1}. W rozwiązaniu podaj dane techniczne użytej żarówki.

D3. Masz do dyspozycji:

- dwie lampy z odsłoniętymi identycznymi żarówkami (bez klosza ani reflektora),
- linijkę lub taśmę mierniczą,
- 10 mikroskopowych płytek szklanych (podstawowych),
- kartkę papieru z niewielką tłustą plamą.

Wyznacz, jaka część światła padającego prawie prostopadle na pojedynczą płytkę szklaną ulega odbiciu. Zaniedbaj absorpcję światła w szkle.