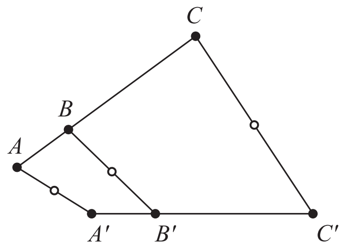
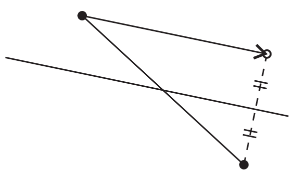


Rys. 2



Rys. 3

Twierdzenie Hjelmsleva. *Jeśli ABC i $A'B'C'$ są przystającymi trójkami punktów współliniowych, to środki odcinków AA', BB' i CC' leżą na jednej prostej* (rys 2).

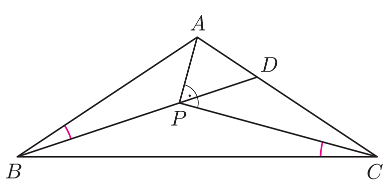
Dowód. Odcinek AC, a więc punkty A, B, C, można nałożyć na odcinek $A'C'$ dwiema izometriami: jedną z nich będzie obrót lub przesunięcie, a drugą symetria z poślizgiem. W symetrii z poślizgiem zaś środek każdej pary punkt-obraz leży na jej osi (rys. 3).

* * *

Pełny i zaawansowany wykład demonstrujący wykorzystanie tego języka można znaleźć w monografii Bachmanna *Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegrieff*, Springer, 1959. Ale jest pytanie, czy ktoś normalny, a zatem niebędący zawodowym matematykiem, z tego języka korzysta. Okazuje się, że tak – program geometrii w szkołach niemieckich korzysta z tego języka. Możemy się o tym przekonać, zaglądając do wydanego przez Prószyńskiego poradnika pod nazwą *Atlas matematyki*, będącego tłumaczeniem szkolnego poradnika używanego w Niemczech – geometria w nim jest mocno odmienna od tej, jaką znamy ze szkoły.

Zadania

Redaguje Tomasz TKOCZ



M 1387. Na ramieniu AC trójkąta równoramiennego ABC o podstawie BC dany jest punkt D, przy czym $2AD = DC$. Na odcinku BD dany jest taki punkt P, że kąt APC jest prosty (rysunek). Udowodnić, że kąty PBA i PCB są równe.
Rozwiązanie na str. 5

M 1388. Król zaprosił na przyjęcie 44 rycerzy. Wiadomo, że każdy rycerz ma wśród pozostałych co najwyżej 3 wrogów (zakładamy, że jeśli rycerz Y jest wrogiem rycerza X, to i X jest wrogiem rycerza Y). Udowodnić, że można tak rozsadzić rycerzy przy dwóch stołach (dowolnie dużych), by każdy rycerz siedział przy stole z co najwyżej jednym ze swoich wrogów.
Rozwiązanie na str. 17

M 1389. Dana jest liczba wymierna $a_1 = 0{,}(b_1b_2\ldots b_n)$, w której zapisie dziesiętnym blok cyfr $b_1b_2\ldots b_n$ powtarza się okresowo po przecinku. Rozważmy liczby $a_2 = 0{,}(b_2b_3\ldots b_nb_1)$, $a_3 = 0{,}(b_3b_4\ldots b_nb_1b_2)$, $\ldots$, $a_n = 0{,}(b_nb_1\ldots b_{n-1})$ powstałe z a_1 przez cykliczne przesunięcia cyfr w bloku. Udowodnić, że $b_1 + \ldots + b_n = 9(a_1 + \ldots + a_n)$.
Rozwiązanie na str. 17

Przygotowali Andrzej MAJHOFER i Michał NAWROCKI

F 833. Jaka będzie częstotliwość f dźwięku piszczałki wypełnionej helem, jeśli wypełniona powietrzem generuje dźwięk o częstotliwości $f_0 = 440$ Hz? Prędkość c dźwięku w gazie, w warunkach normalnych, z dobrym przybliżeniem opisuje zależność

$$c^2 = \frac{c_p RT}{c_V \mu},$$

gdzie c_p i c_V oznaczają odpowiednio ciepła właściwe gazu pod stałym ciśnieniem i w stałej objętości, $R = 8{,}314\ \mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$, T – temperaturę w skali Kelvina, a μ – masę jednego mola gazu. Powietrze jest mieszaniną azotu (78% objętości) i tlenu (21% objętości).
Rozwiązanie na str. 16

F 834. W celu pomiaru prędkości przepływu krwi wiązkę ultradźwięków o częstości 2,0 MHz skierowano na krew płynącą w tętnicy w kierunku źródła fali. Po zmieszaniu fali wychodzącej ze źródła z falą powracającą do umieszczonego obok niego mikrofonu, odbitą od czerwonych ciałek krwi, zaobserwowano dudnienia o częstości 389,6 Hz. Przyjmując, że prędkość ultradźwięku we krwi wynosi $v_u = 1540$ m/s, znaleźć prędkość przepływu krwi.
Rozwiązanie na str. 4