

# Splątanie kwantowe na tropie fal grawitacyjnych

Jan KOŁODYŃSKI\*

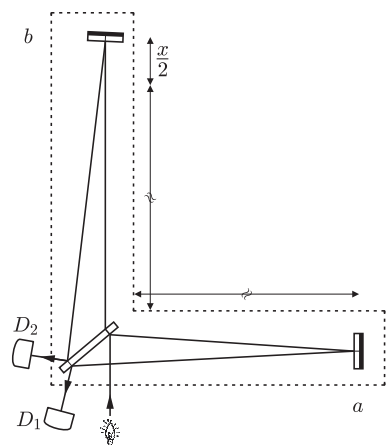
Nie kto inny, ale Albert Einstein określił kiedyś fizykę jako naukę *opierającą swe teorie na pomiarach, której idee dają się sformułować za pomocą matematyki*. Że opis ten jest trafny, pokazuje historia największych odkryć naukowych o charakterze teoretycznym, którym niemal zawsze towarzyszyły także przełomy w technikach pomiarowych używanych przez uczonych. Jeśli jednak zastanowić się głębiej, cytat ten traci swą elegancką ogólność, gdy zastosować go do jednej z fundamentalnych dziedzin fizyki – mechaniki kwantowej. Jak bowiem, mierząc coś, sprawdzać teorię, która sama definiuje, czym właściwie jest pomiar?

O naturze pomiaru kwantowego pisaliśmy więcej w *Delcie* 8/2008.

I choć Richard Feynman 50 lat później nadal twierdził, że tak naprawdę „nikt teorii kwantowej nie rozumie”, dziś mechanika kwantowa nie jest już podważana, gdyż przewiduje bardzo dokładnie wyniki współczesnych eksperymentów. Co więcej, wykorzystując jej subtelności, naukowcy próbują usprawniać dotychczas już znane technologie pomiarowe, często z zupełnie dobrym skutkiem. Najlepszym tego dowodem jest nie tak dawne przyznanie Nagrody Nobla Davidowi Winelandowi i Serge’owi Haroche’owi, którzy prowadząc doświadczenia nad oddziaływaniami pojedynczych atomów z fotonami światła pokazali, że układy kwantowe pozwalają na nieosiągalną dotąd precyzję pomiaru, ale pod warunkiem okiełznania nieodzownego procesu dekoherencji kwantowej.

O dokonaniach noblistów można też przeczytać w *Delcie* 12/2012.

Aby lepiej zrozumieć niuanse kwantowej metrologii, czyli nauki dotyczącej sposobów dokonywania pomiarów, musimy pochylić się nad drugą częścią definicji Einsteina. Prawdą jest, że zarówno język mechaniki kwantowej jak i jej podstawowe idee były już zawarte w tak zwanej interpretacji kopenhaskiej z lat dwudziestych ubiegłego wieku. Był to jednak opis dość wyidealizowanej rzeczywistości, nie uwzględniający, na przykład, nieodzownych interakcji układu kwantowego z otoczeniem, których efektem jest właśnie dekoherencja. W celu stworzenia modeli opisujących między innymi doświadczenia Winelanda i Haroche’a musimy odpowiednio analizować i interpretować rozkłady prawdopodobieństwa wyznaczone przez mechanikę kwantową. Co więcej, musimy odstawić do lamusa intuicję opartą na klasycznej statystyce.



Rys. 1. Schemat interferometru optycznego.

Po stwierdzeniu, że foton znajduje się w ramieniu  $a$ , stan fotonu będzie opisywany wektorem  $|1_a, 0_b\rangle$ .

Pokazuje to choćby przykład interferometru optycznego. To koncepcyjnie proste urządzenie wykorzystuje zjawisko interferencji fal świetlnych i pozwala na niezwykle dokładne wyznaczenie różnicy długości swoich ramion. Zastanówmy się jednak jak będzie ono działało, gdy wpuścimy do niego pojedynczy foton. Padając na płytkę światłodzielącą, foton może z prawdopodobieństwem  $1/2$  znaleźć się w jednym z dwóch ramion interferometru, które oznaczymy przez  $a$  i  $b$ . Myśląc o mechanice kwantowej jako teorii opisującej możliwe stany układu za pomocą wektorów pewnej przestrzeni, a zdarzenia za pomocą macierzy działających na te wektory, możemy zinterpretować foton wewnątrz interferometru jako stan

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1_a, 0_b\rangle + |0_a, 1_b\rangle),$$

który odpowiada superpozycji dwóch stanów:  $|1_a, 0_b\rangle$ , kiedy jeden foton podąża ramieniem  $a$ , a w ramieniu  $b$  żadnego fotonu nie ma, oraz  $|0_a, 1_b\rangle$  w sytuacji odwrotnej. W takim zapisie wyznaczenie, w którym ramieniu znajduje się foton, to po prostu rzutowanie  $|\psi\rangle$  na odpowiedni wektor, zgodnie z zasadą  $\langle i_a, j_b | k_a, l_b \rangle = \delta_{ij} \delta_{kl}$ . Na przykład, prawdopodobieństwo wyboru przez foton ramienia  $a$  określamy, rzutując  $|\psi\rangle$  na  $\langle 1_a, 0_b |$  i obliczając kwadrat modułu otrzymanej wielkości:  $p_a = |\langle 1_a, 0_b | \psi \rangle|^2 = \frac{1}{2} |\langle 1_a, 0_b | (|1_a, 0_b\rangle + |0_a, 1_b\rangle) |^2 = \frac{1}{2} |1 + 0|^2 = \frac{1}{2}$ . Zgodnie z założeniami taki sam wynik otrzymalibyśmy dla przypadku  $b$ , gdy odpowiednio rzutowalibyśmy na  $\langle 0_a, 1_b |$ . Zauważmy jednak, że już na poziomie matematycznym widać, że przy rzutowaniu na  $\langle 1_a, 0_b |$  określiliśmy, ile fotonów znajduje się w ramionach  $a$  i  $b$ , czyli  $p_a$  tak naprawdę odpowiada prawdopodobieństwu otrzymania wyniku pomiaru mającego wgląd w oba ramiona jednocześnie!

\* doktorant, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

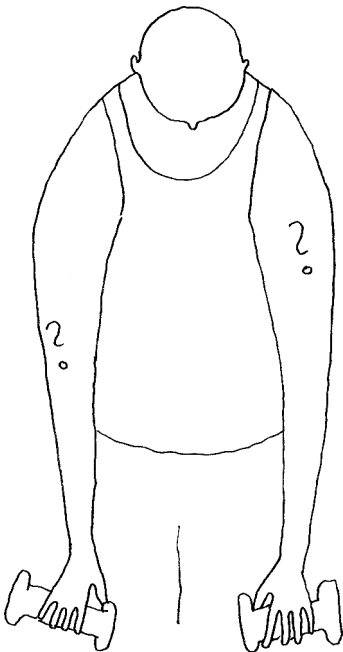
Sytuacja zmienia się diametralnie, gdy mamy dostęp tylko do jednego z ramion, na przykład  $a$ . Nie wiemy wtedy, czy ktoś może sprawdził już przed nami, czy foton jest w ramieniu  $b$ . Jeżeli z naszego pomiaru byłibyśmy w stanie w jakikolwiek sposób wywnioskować, czy pomiar w drugim ramieniu miał miejsce, to – wykonując lub nie taki pomiar – ktoś mógłby przesyłać nam informację i to bez opóźnień, co przecież nie może być zgodne ze szczególną teorią względności. W takim razie stan, który może efektywnie opisywać to, co jest dla nas dostępne w ramieniu  $a$ , nie może w żaden sposób zależeć od tego, co dzieje się w ramieniu  $b$ . A skoro w naszym prostym przykładzie mamy tylko dwie możliwości, opis stanu, jaki znajdziemy w ramieniu  $a$ , powinien być równoważny opisowi wyników rzutu symetryczną monetą, gdzie orzeł mógłby odpowiadać znalezieniu fotonu w ramieniu  $a$ , a reszka – niezalezieniu.

Wóz albo przewóz – tylko jeden sposób opisu fotonu w interferometrze może być tym właściwym. Dla każdego z nich zaobserwowanie fotonu w ramieniu  $b$  wyklucza późniejsze znalezienie go w ramieniu  $a$  i na odwrót. Jednak tylko przy pierwszym z opisanych podejść możemy uzyskać interferencję wiązek biegnących w ramionach  $a$  i  $b$ . Taka kwantowa wersja doświadczenia Younga pozwala na pomiar różnicy długości ramion interferometru i udowadnia, że foton do momentu pomiaru w którymkolwiek z ramion musi być w obu ramionach jednocześnie! Z drugiej strony, fakt, że podglądając tylko jedno ramię, otrzymujemy stan całkowicie losowy, jest właśnie przykładem dekoherencji. Kiedy nie możemy zmierzyć całego układu, efektywny stan, uśredniony po niedostępnych nam częściach, zostaje „probabilistycznie zaszumiony” i traci swoje kwantowe własności.

Załóżmy, że ramiona interferometru nie są takiej samej długości i różnią się o  $x/2$ . W języku mechaniki kwantowej oznacza to, że po przebyciu drogi wzdłuż ramienia i z powrotem tuż przed napotkaniem płytki światłodzielną składniki stanu, który początkowo miał postać  $|\psi\rangle$ , różnią się fazą, stan ten więc może być opisany jako

$$|\psi(x)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{ik\frac{x}{2}}|1_a, 0_b\rangle + e^{-ik\frac{x}{2}}|0_a, 1_b\rangle),$$

gdzie  $k$  jest liczbą falową wpuszczanej do interferometru jednofotonowej „wiązki”. Skoro foton nie jest wówczas w stanie identycznym z wejściowym, to nie musi wrócić dokładnie tam, gdzie został wysłany. Dokładniej, detektory wyjściowe,  $D_1$  i  $D_2$  mogą zarejestrować go z prawdopodobieństwami, odpowiednio,  $p_1 = |\langle +|\psi(x)\rangle|^2 = \cos^2(k\frac{x}{2})$  i  $p_2 = |\langle -|\psi(x)\rangle|^2 = \sin^2(k\frac{x}{2})$ , gdzie  $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1_a, 0_b\rangle \pm |0_a, 1_b\rangle)$  (dla  $x = 0$  mamy  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 0$ ). Gdy wpuszczamy do interferometru światło laserowe, fotony zachowują się tak jakby każdy foton interferował sam ze sobą. Dlatego możemy efektywnie traktować je jako niezależne cząstki, co równoważne jest z wielokrotnym powtarzaniem naszego jednofotonowego doświadczenia. W takim razie, jeżeli mamy do dyspozycji  $N$  fotonów, prawdopodobieństwo zarejestrowania przez pierwszy detektor  $n_1$  fotonów dane jest rozkładem Bernoulliego:  $p_1(n_1) = \binom{N}{n_1} p_1^{n_1} p_2^{N-n_1}$ . Oznacza to, że pierwszy detektor średnio zarejestruje  $\bar{n}_1 = \sum_{n_1=0}^N n_1 p_1(n_1) = N p_1$  fotonów, a drugi odpowiednio  $\bar{n}_2 = N p_2$ . Chcąc wyznaczyć różnicę  $x$  dróg przemierzanych przez fotony w ramionach interferometru, możemy ją oszacować jako  $x = \frac{1}{k} \arccos(\frac{\bar{n}_1 - \bar{n}_2}{N})$ , a nasz rezultat obarczony będzie błędem  $\Delta x$  wynoszącym  $\frac{1}{\sqrt{2Nk}}$ . Ten ostatni wynik mogliśmy przewidzieć, posługując się intuicją klasycznej statystyki. Zgodnie z centralnym twierdzeniem granicznym, jeśli powtórzymy dowolny eksperyment  $\nu$  razy, efektywny błąd może maleć co najwyżej jak  $1/\sqrt{\nu}$ , co często nazywane jest przez fizyków ograniczeniem szumu śrutowego.



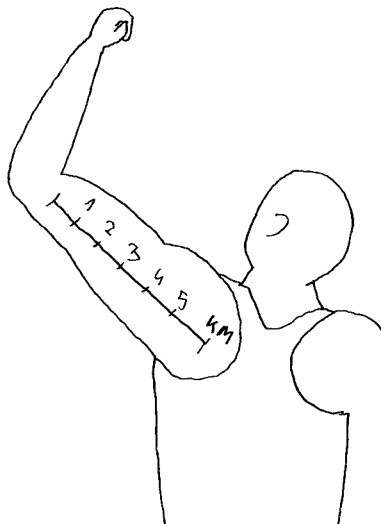
Mechanika kwantowa pozwala jednak na wiele więcej, gdyż dopuszcza stany, w których fotony są nie tylko w superpozycji ze swymi alter ego podróżującymi przeciwnym ramieniem, ale także splątane między sobą! Ekstremalnym przykładem takiego międzyfotonowego splątania jest stan

$$\begin{aligned} |\psi_N\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|1_a, 0_b\rangle_1 |1_a, 0_b\rangle_2 \dots |1_a, 0_b\rangle_N + |0_a, 1_b\rangle_1 |0_a, 1_b\rangle_2 \dots |0_a, 1_b\rangle_N) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|N_a, 0_b\rangle + |0_a, N_b\rangle), \end{aligned}$$

dla którego zaobserwowanie dowolnego fotonu  $|\dots\rangle_i$  w ramieniu  $a$  oznacza rzutowanie na pierwszy składnik w wyrażeniu na  $|\psi_N\rangle$ . To z kolei „wymusza”, by wszystkie inne przez nas nietknięte fotony od tej pory też poruszały się ramieniem  $a$ ! Ponieważ w najczęściej używanych układach doświadczalnych nie jest możliwe rozróżnianie fotonów, poprawnie powinniśmy zapisać  $|\psi_N\rangle$  jak w drugim wyrażeniu i myśleć o stanie  $|\psi_N\rangle$  jak o  $|\psi\rangle$ , mając jednak na uwadze, że w interferometrze nie podróżuje już pojedynczy foton, lecz ich grupa. Z drugiej strony grupa taka zachowuje się dokładnie jak pojedynczy foton o  $N$  razy większej energii. Skutkiem tego, jeżeli ramiona interferometru nie są równe, przy podróży wzdłuż ramienia interferometru i z powrotem faza akumuluje się jak w poprzednim przypadku, ale z  $N$ -krotną siłą:

$$|\psi_N(x)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{ikN\frac{x}{2}}|N_a, 0_b\rangle + e^{-ikN\frac{x}{2}}|0_a, N_b\rangle).$$

Optymalny pomiar, jaki powinniśmy wykonać, by jak najlepiej oszacować  $x$ , nie sprowadza się, niestety, do policzenia, jak poprzednio, średniej liczby fotonów  $n_1$  i  $n_2$  zarejestrowanych przez detektory. Niemniej, ponieważ tym razem nie powtarzamy eksperymentu, a  $N$ -krotne nakręcanie się fazy jest równoważne z zamianą  $k \rightarrow Nk$ , najlepszą możliwą precyzję, jaką jesteśmy w stanie osiągnąć, możemy wyznaczyć, modyfikując wzór na  $\Delta x$  z przykładu jednofotonowego. Dokładniej, podstawiamy  $N = 1$ , a następnie podmieniamy  $k$  na  $Nk$ , by otrzymać  $\Delta x = \frac{1}{N} \frac{1}{k\sqrt{2}}$ . Nie jest to ścisły dowód, ale prowadzi do poprawnego wniosku, który stał się motorem wielu badań, w tym tych nagrodzonych wspomnianą na początku Nagrodą Nobla. Błąd w wyznaczaniu  $x$  tym razem skaluje się jak  $\Delta x \propto 1/N$ , czyli, używając tej samej ilości fotonów, jesteśmy w stanie osiągnąć kwadratowe polepszenie precyzji!



Spektakularnym przykładem zastosowania korelacji międzyfotonowych w metrologii jest wykorzystanie nieklasycznych stanów światła w detektorach fal grawitacyjnych. Działanie i budowa tych detektorów zostały dokładniej opisane w artykule Izabeli Kowalskiej w *Delcie* 10/2010. Największe z nich są ogromnymi interferometrami optycznymi, w których każde ramię ma długość rzędu kilku kilometrów. Są to jedne z najbardziej zaawansowanych eksperymentów współczesnej fizyki, nad którymi pieczę sprawuje cała rzesza naukowców. Dotychczas, używając „zwykłych” wiązek światła laserowego, udało się w tych monstrualnych interferometrach osiągnąć czułość na zmiany długości ramienia mniejsze niż rozmiar protonu! Niestety, jest to nadal za mało do wykrycia fali grawitacyjnej zaburzającej czasoprzestrzeń otaczającą detektor. Dlatego rozpoczęto prace nad zastosowaniem w tych detektorach kwantowych stanów światła; prace te zaczęły już przynosić efekty. Ponieważ moc używanych laserów jest bardzo duża: liczba fotonów sięga ok.  $10^{12}$ /ns, o stworzeniu tak dziwnego stanu jak  $|\psi_N\rangle$  musimy raczej zapomnieć. Niemniej jednak, stanami, które wykazują splątanie międzyfotonowe i można je uzyskać nawet dla tak dużych  $N$ , są tak zwane ściśnięte stany światła. W eksperymencie GEO600 pozwoliły one już osiągnąć niedostępną wcześniej precyzję i po raz pierwszy pokonać klasyczne skalowanie błędu  $\Delta x \propto 1/\sqrt{N}$ . Kluczową przeszkodą do dalszej poprawy okazuje się wspomniana wcześniej dekoherencja, która „zaszumia” wyniki na skutek tego, że duża część fotonów nie zostaje w ogóle zarejestrowana. W niedawno opublikowanym ogólnodostępnym artykule [1] stwierdzono, że działanie dekoherencji jest dość okrutne i nie pozwala na osiągnięcie idealnego skalowania  $\Delta x \propto 1/N$ . Z drugiej strony, wykazano, że eksperymenty wykorzystujące ściśnięte stany światła osiągnęły już fundamentalną granicę wyznaczaną przez dekoherencję. Oznacza to, że użycie bardziej wyrafinowanych stanów światła w takich eksperymentach jak GEO600 może przynieść tylko umiarkowane skutki. Dlatego głównym zadaniem, które stoi przed naukowcami ulepszającymi detektory fal grawitacyjnych, jest „tylko” modernizacja układów w celu zmniejszenia dekoherencji. Nam pozostaje mieć nadzieję, że fale grawitacyjne nie okażą się bardziej nieuchwytnie niż cząstka Higgsa. Od teoretycznego zapostulowania tej ostatniej do jej doświadczalnego odkrycia minęło ponad pół wieku, na bezpośrednią obserwację fal grawitacyjnych czekamy już prawie sto lat.

[1] R. Demkowicz-Dobrzański, J. Kołodyński, Madalin Guță, *The elusive Heisenberg limit in quantum enhanced metrology*, Nature Communications, 3:1063; <http://www.nature.com/ncomms/journal/v3/n9/full/ncomms2067.html>.