δ

mała delta

Nauka pieczenia

Jeffrey spojrzał w kierunku piekarnika, gdzie apetycznie brązowiało kruche ciasto nadziewane jabłkami. Był pewien, że odkrył naukową metodę umożliwiającą otrzymanie ciasta idealnego: o strukturze cieniutkich płatków, delikatnego, ale chrupkiego.

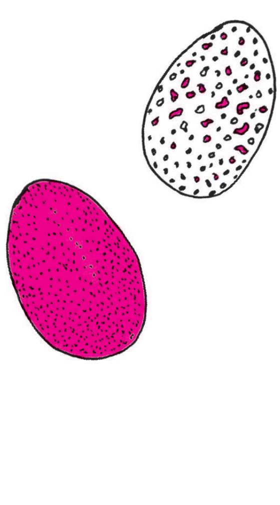
Klasyczne ciasto kruche przygotowuje się według formuły 3-2-1. Na trzy części objętości mąki przypadają dwie części tłuszczu i jedna część wody. Zazwyczaj dodaje się jeszcze szczyptę soli, a jeśli ciasto ma być słodkie, również kilka łyżeczek cukru.

Jeffrey zastanawiał się, czym kierują się ludzie kupujący mrożone ciasto kruche w supermarketach. Ostatecznie przepisu 3-2-1 sknocić się nie da, a oszczędność czasu na mieszaniu składników i rozwałkowywaniu placka wynosi zaledwie od kilku do kilkunastu minut.

Składniki ciasta kruchego nie są bynajmniej jednorodne. Zwykła mąka pszenna składa się przede wszystkim ze skrobi, około 10% jej masy to woda, a od 8 do 15% to białka: głównie glutelina i gliadyna. Jeśli do mąki dodać wody, glutelina i gliadyna łączą się, tworząc gluten. To właśnie długie łańcuchy glutenu nadają apetyczną sprężystość pierogom, ale ich nadmiar całkowicie rujnuje ciasto kruche, które staje się zbyt twarde. Formowanie się glutenu można utrudnić, dodając do ciasta tłuszczu, który „chroni" cząsteczki białek przed wiązaniem się z cząsteczkami wody. Niektórzy zakwaszają ciasto za pomocą octu winnego – ma to na celu osłabienie włókien glutenowych.

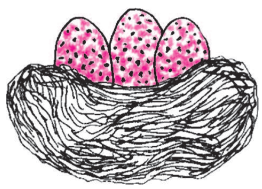
Jeffrey przekonał się jednak na własnej skórze, że glutenu nie należy się nadmiernie bać. Kiedyś bardzo dokładnie zmiksował mąkę z tłuszczem, żeby dokładnie zabezpieczyć mąkę przed reagowaniem z wodą. Rezultat? Ciasto wyszło niesmaczne, bez „płatkowej" struktury i nie nadawało się do niczego.

Niemal pół wieku temu w czasopiśmie *Bakers Digest* opisano, skąd się bierze owa „płatkowa" struktura. Okazuje się, że najważniejsze jest, by podczas wyrabiania ciasta dodany do niego tłuszcz składał się zarówno z frakcji stałej, jak i z frakcji płynnej. Ta druga zapobiega powstawaniu nadmiernej ilości glutenu, a ten, który i tak powstanie podczas wyrabiania ciasta, układa się w warstwy rozseparowane frakcją stałą. Kiedy temperatura ciasta przekracza 70 stopni Celsjusza, frakcja stała topi się, pozostawiając rozdzielone płatki ciasta. Dalsze zwiększanie temperatury prowadzi do odparowania wody, co nadaje ciastu pożądaną chrupkość.



Jeffrey, jak większość ludzi z jego pokolenia, dzielił tłuszcze na „dobre" i „złe". Ten podział na kategorie moralne mógł przebiegać według kilku różnych schematów. „Złe" były kwasy tłuszczowe nasycone i trans, popularnością nie cieszył się też ostatnio smalec, być może z uwagi na jego delikatny, ale charakterystyczny aromat. Jeffrey uważał jednak, że aromat ten doskonale komponuje się z jabłkami. Do łask konsumentów wróciło za to niedawno masło, choć zawiera ono na ogół więcej od smalcu nasyconych kwasów tłuszczowych.

Smalec ma wyższą od masła temperaturę topnienia, nie zawiera też tyle wody, ułatwiającej tworzenie się glutenu. Na dodatek, w niskiej temperaturze cząsteczki kwasów tłuszczowych smalcu tworzą skupiska większe od tych osiągalnych w maśle. Wszystko to sprawia, że smalec jest doskonałym wyborem dla tych, którzy w cieście kruchym cenią jego „płatkową" strukturę.



Jeffrey pamiętał, że jego babcia zawsze siekała ciasto nożem, aby nie ogrzać nadmiernie tłuszczu ciepłem własnych rąk, a po wyrobieniu chłodziła ciasto w lodówce. Sam nigdy nie był przesadnie staranny, jeśli chodzi o temperaturę ciasta, a mimo to jego ostatnie eksperymenty kulinarne prowadziły do nader apetycznych wyników.

Kiedy na świecie szalała druga wojna światowa, artykuł opublikowany w czasopiśmie *Cereal Chemistry* orzekł, że jeśli do kruchego ciasta używać schłodzonego tłuszczu, bardzo ważne jest, ile dodaje się wody i jaka jest jej temperatura. Jednak kiedy tłuszcz ma temperaturę pokojową, czynniki te stają się nieistotne – w rozsądnym zakresie ilości i temperatury wody.

Elementy fabuły i zawarte w tekście wiadomości pochodzą z książki J. Steingartena *The Man Who Ate Everything*, Random House, Nowy Jork 1998.

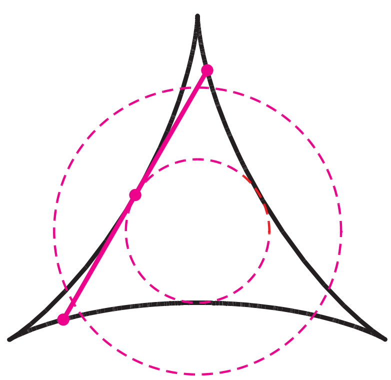
Jeffrey wyjął ciasto z piekarnika. Kuszący zapach wypełnił już całą kuchnię, wędrował do pozostałych części mieszkania. Rozległ się dzwonek do drzwi. To przyszła Marion.

przygotował Krzysztof TURZYŃSKI

Hipoteza Kakeyi

*Marcin KOTOWSKI**, *Michał KOTOWSKI**

Wyobraźmy sobie igłę umieszczoną wewnątrz pewnego zbioru na płaszczyźnie. Igłę traktujemy jak odcinek jednostkowy, który możemy dowolnie obracać i przesuwać w obrębie naszego zbioru. Załóżmy, że chcielibyśmy wykonać igłą obrót o 360° – jak wiele miejsca do tego potrzeba?



Oczywiście, możemy umieścić igłę na środku koła o promieniu 1/2 i obrócić ją bez przesuwania, co wymaga pola równego $\frac{\pi}{4}$. Po chwili zastanowienia widać, że rozwiązanie to nie jest optymalne. Umieszczając igłę wewnątrz kształtu utworzonego przez trzy łuki deltoidy, przedstawionego na rysunku, a następnie przesuwając i obracając ją tak, aby w każdej chwili stykała się z brzegiem figury w trzech punktach, możemy wykonać pełny obrót przy polu $\frac{\pi}{8}$. Czy da się jeszcze lepiej?

Pytanie to zadał po raz pierwszy japoński matematyk Soichi Kakeya w 1917 roku. Jak łatwo się przekonać, aby wewnątrz zbioru dało się wykonać pełny obrót igły, musi on zawierać odcinek jednostkowy w każdym kierunku. Własność ta ma sens nie tylko na płaszczyźnie, ale też w przestrzeni dowolnego wymiaru, co motywuje następującą definicję:

Definicja 1. Zbiór $K \subseteq \mathbb{R}^n$ nazwiemy *zbiorem Kakeyi*, jeśli zawiera on odcinek jednostkowy w każdym kierunku.

Formalnie, wymiar Minkowskiego zbioru S określamy jako

$$\dim_M(S) = \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)},$$

gdzie $N(\varepsilon)$ jest minimalną liczbą kostek o boku ε niezbędną do pokrycia zbioru S. Intuicyjnie, zbiór ma wymiar Minkowskiego d, jeśli minimalna liczba kostek o boku ε, niezbędnych do jego pokrycia, skaluje się jak $(1/\varepsilon)^d$. Przykładem zbioru o niecałkowitym wymiarze Minkowskiego jest zbiór Cantora, którego wymiar wynosi $\log_3 2 \approx 0{,}6309$. Inne, często używane pojęcie wymiaru to tzw. wymiar Hausdorffa.

Zaskakującej odpowiedzi na pytanie Kakeyi udzielił Abraham Besicovitch w 1919 roku. Okazuje się, że istnieją zbiory o dowolnie małym polu, wewnątrz których można obrócić igłę! Co więcej, można nawet skonstruować zbiory Kakeyi o polu równym zeru. Konstrukcję, opartą o sprytne sklejanie trójkątów o coraz mniejszych polach, można obejrzeć na stronie `http://www.math.ucla.edu/~tao/java/Besicovitch.html`.

To jednak jeszcze nie koniec. Nawet wśród zbiorów o mierze zero istnieją zbiory „mniejsze" i „większe". Intuicję z tym związaną formalnie ujmuje pojęcie tzw. **wymiaru Minkowskiego**, który (mówiąc bardzo ogólnie) mierzy, jak dobrze zbiór wypełnia przestrzeń. Wymiar ten może być liczbą niecałkowitą.

*Institute for Quantum Computing, Waterloo, Kanada