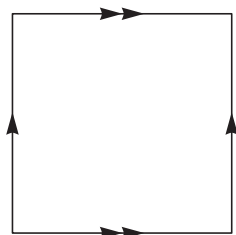


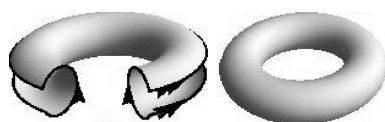
Wszechświat w łazience

Krzysztof TURZYŃSKI

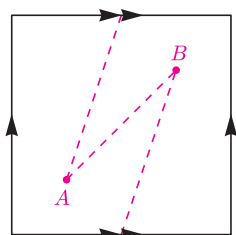
Małą łazienkę można, zdaniem architektów, optycznie powiększyć, montując w niej duże lustro. W miejscach mniej ograniczonych wymaganiami funkcjonalności, takich jak toalety muzeów sztuki nowoczesnej czy klatki schodowe centrów handlowych, umieszcza się niekiedy lustro na przeciwnych ścianach, co daje złudzenie nieskończonej głębi w kierunkach prostopadłych do luster.



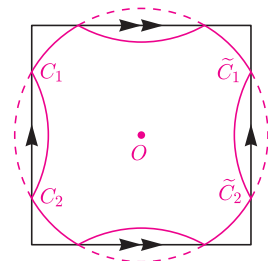
Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4

Ktoś mógłby się tu zachnąć, że przedstawiona konstrukcja nie ma wiele wspólnego z Wszechświatem, w którym nie widzimy przecież wielokrotnych obrazów tych samych ciał niebieskich (jeśli pominąć znajdujące się bardzo blisko na sferze niebieskiej wielokrotne obrazy z soczewkowania grawitacyjnego, to jest jednak zupełnie inne zagadnienie). Co jednak, jeśli rozmiar obserwowanego Wszechświata jest porównywalny z rozmiarem podstawowej komórki? Czy można jakoś wykryć, że Wszechświat jest „uszyty” ze skończonego kawałka przestrzeni?

Okazuje się, że w zasadzie można. Dociera do nas bowiem tzw. mikrofalowe promieniowanie tła, wysłane mniej więcej 300 tysięcy lat po Wielkim Wybuchu, kiedy swobodne wcześniej jądra atomowe i elektrony połączyły się w atomy. Promieniowanie to zostało wyemitowane w zasadzie równocześnie w całej objętości przestrzeni; to widziane

Nie jest wykluczone, że podobne rozumowanie możemy zastosować również do całego Wszechświata. Może po prostu wydaje nam się „nieskończony” dzięki właściwie ustawionym odpowiednikom luster. Oczywiście, „lustra” te nie mogą być obiektami fizycznymi. Niemal taki sam efekt możemy jednak uzyskać, odpowiednio utożsamiając punkty brzegowe pewnej skończonej komórki przestrzeni.

Rozważmy na początek znacznie prostszy przypadek przestrzeni dwuwymiarowej, konkretnie kwadratu, którego brzegi skleimy zgodnie z kierunkiem strzałek, tak jak na rysunku 1. Otrzymamy wówczas powierzchnię przedstawioną na rysunku 2, czyli torus – oczywiście w sensie topologicznym, tzn. z dokładnością do ciągłego i różnowartościowego przekształcenia, które możemy sobie wyobrazić jako rozciąganie i przesuwanie (bez rozrywania!) rozważanego obiektu, wykonanego z elastycznego materiału. Materiał posklejanego kwadratu nie jest jednak rozciągany, w związku z tym w okolicy każdego miejsca (również na sklejeniu) jest w dalszym ciągu kawałkiem zwykłej płaszczyzny. Ma zatem torus ważną cechę wspólną z ulubionym przez kosmologów modelem Wszechświata: jest taki sam oglądany z dowolnego punktu (jednorodny) i dowolnego kierunku (izotropowy).

Pomimo tego, że torus powstał ze skończonej komórki, daje on nam wrażenie „nieskończoności” przestrzeni. Jeżeli z ustalonego punktu torusa wysłać rozchodzący się po nim wzdłuż linii prostej sygnał, to będzie się on przemieszczał, nie napotykając nigdy krańca tego obiektu. Ignorujemy tu subtelne rozważania, czym jest prosta na torusie, i mamy na myśli proste w kwadracie z rysunku 1.

Co ciekawe, istnieje więcej niż jedna droga, jaką może podróżować sygnał wysłany z punktu A do punktu B , co pokazano na rysunku 3. Jeżeli w punkcie A znajduje się źródło światła, a w punkcie B – obserwator, stwierdzi on, że światło z tego samego źródła dociera do niego z różnych kierunków przestrzeni. Oznacza to, że obserwator będzie widział wiele obrazów tego samego źródła (Czytelnik, po namyśle, zauważy, że w tym przykładzie obrazów będzie nieskończenie wiele, choć w różnych odległościach!).

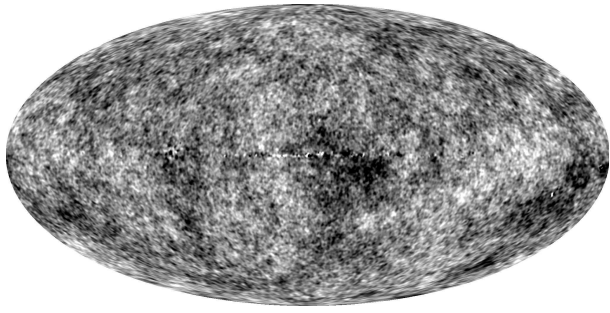
W podobny sposób zamiast torusa możemy uzyskać butelkę Kleina, a prościej – przez sklejenie tylko jednej pary boków – walec czy wstęgę Möbiusa.

Gdybyśmy jednak chcieli uzyskać inne powierzchnie, np. sferę, bez rozciągania już by się nie obeszło. Ale i w tym przypadku można by to zrobić tak, aby otrzymana przestrzeń była jednorodna i izotropowa.

Mówiąc uczennie, w opisanych dotąd przykładach zmienialiśmy globalne własności przestrzeni, czyli to, jak wygląda rozważana przestrzeń jako całość. Jeśliby wykonać podobne ćwiczenie w trzech wymiarach, moglibyśmy uzyskać różne kształty Wszechświata. Równania opisujące dynamikę (czaso)przestrzeni mają bowiem charakter lokalny, tj. zmiana parametrów opisujących dany punkt Wszechświata zależy jedynie od wartości tych parametrów w bardzo małym otoczeniu rozważanego punktu, a nie od kształtu przestrzeni jako całości.

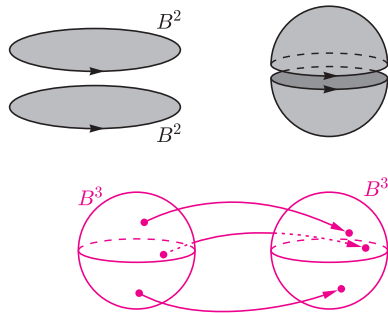
dzisiaj pochodzi zatem z powierzchni sfery, którą w naszym modelu dwuwymiarowego torusa możemy przedstawić tak jak na rysunku 4. Linia ciągłą zaznaczono zbiór takich punktów podstawowej komórki, że wyemitowane z nich światło dociera do obserwatora O w tym samym ustalonym czasie. Niektóre fragmenty tej figury wydają się bliższe obserwatora O niż inne: światło wysłane z nich najkrótszą drogą minęło go już dawno temu i obecnie widzi on promienie biegnące drogą „okrężną”. Linia przerywaną zaznaczono położenia, jakie obserwator O przypisałby obrazom tych fragmentów, nie wiedząc, że podstawowa komórka przestrzeni jest skończona.

Mikrofalowe promieniowanie tła jest niemal izotropowe, zawiera jednak maleńkie fluktuacje natężenia, które pozwalają odróżnić różne kierunki na sferze niebieskiej.



Rys. 5. Mapa fluktuacji mikrofalowego promieniowania tła zmiierzonych przez satelitę WMAP. Jaśniejsze (ciemniejsze) punkty odpowiadają dodatnim (ujemnym) fluktuacjom natężenia. Źródło: NASA.

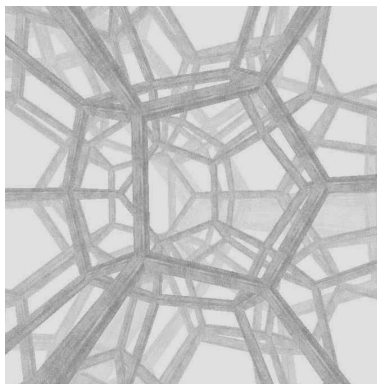
Efektowne wizualizacje takich przestrzeni można stworzyć dzięki programom dostępnym na www.geometrygames.org.



Rys. 6. Zwykłą dwuwymiarową sferę możemy otrzymać, sklejając odpowiednio brzożony brzeg dwóch kół. Sfera trójwymiarowa powstaje przez sklejanie brzożony brzegów dwóch kul.



Rys. 7. Dwunastościan sferyczny.



Rys. 8

W naszym przykładzie torusa fluktuacje zmiierzone w punktach C_1 i C_2 na rysunku 4 powinny być takie same jak te zmiierzone w punktach odpowiednio \tilde{C}_1 i \tilde{C}_2 . Jeśli rozważalibyśmy przykład trójwymiarowy i np. utożsamili przeciwległe ściany sześcianu, zamiast par punktów mielibyśmy znajdujące się po przeciwnych stronach sfery niebieskiej okręgi. Wzdłuż tych okręgów fluktuacje mikrofalowego promieniowania tła powinny być dokładnie takie same. Nie pozostaje zatem chyba nic innego jak poszukać takich okręgów w mapach mikrofalowego promieniowania tła.

Zanim jednak zabierzemy się do pracy, pamiętajmy, że przytoczone tu przykłady dwu- i trójwymiarowego torusa to zaledwie najprostsze do wyobrażenia możliwości. Ile jest wszystkich i jak wyglądają? Próba odpowiedzi na pierwsze z tych pytań to wykraczająca znacznie poza ramy tego artykułu wyprawa w krainę matematyki. Narzędzi do klasyfikacji przestrzeni trójwymiarowych dostarcza udowodniona przez Perelmana hipoteza geometryzacyjna Thurstona, o której pisze na poprzednich stronach Zdzisław Pogoda. Nawet jeśli chcemy ograniczyć nasze rozważania do przestrzeni jednorodnych i izotropowych, i tak pozostaje mnóstwo możliwości.

Kosmologowie zbadali dokładnie pewien interesujący przypadek możliwego kształtu Wszechświata. Opisuje on przestrzeń zakrzywioną, której najprostszą realizacją jest trójwymiarowa sfera. Już to jest trudne do wyobrażenia, gdyż u większości ludzi geometryczne intuicje dobrze działają tylko dla obiektów dających się zanurzyć w trzech wymiarach. Tymczasem realizację trójwymiarowej sfery możemy otrzymać dzięki odpowiedniemu sklejeniu brzożony brzegów dwóch kul, przedstawionemu na rysunku 6, której to operacji w trzech wymiarach wykonać się nie da.

Podobnie jak torus „udawał” nieskończoną trójwymiarową przestrzeń, także trójwymiarowa sfera może być iluzją zbudowaną z mniejszych komórek. Jedną z takich konstrukcji, podaną po raz pierwszy przez Poincarégo, otrzymuje się w następujący sposób. Zaczynamy od podstawowej komórki będącej sferycznym dwunastościanem foremny, przedstawionym na rysunku 7. Każdą ze ścian tego dwunastościanu utożsamiamy ze ścianą przeciwległą obróconą o kąt 36° . Utożsamienie to prowadzi znowu do wrażenia „nieskończonej” przestrzeni. Jeśli dla lepszej wizualizacji pozostawimy krawędzie dwunastościanu jako swego rodzaju rusztowanie w tej przestrzeni, to wyglądałaby ona tak jak na rysunku 8.

Okazuje się, że Wszechświat zbudowany z takich komórek miałby pewne korzystne własności. W tradycyjnych modelach kosmologicznych, używających prawdziwej nieskończonej przestrzeni, fluktuacje mikrofalowego promieniowania tła dla największych widzialnych na niebie skal kątowych są znacznie mniejsze niż wynikające z rozsądnych założeń przewidywania teoretyczne. Problem ten nie występuje dla Wszechświata zbudowanego z opisanych tu trójwymiarowych rozmaitości, między innymi z uwagi na występowanie maksymalnej długości fali tych fluktuacji, która może być nieco mniejsza niż największe skale odległości obserwowalne w mikrofalowym promieniowaniu tła. Model ten bywa jednak krytykowany z uwagi na to, że wymaga Wszechświata o niewielkiej dodatniej krzywiznie, co trudno jest pogodzić z postulatem, że fluktuacje mikrofalowego promieniowania tła powstały podczas inflacji, która „spłaszczyła” przestrzeń do tego stopnia, że jej ewentualna krzywizna nie powinna być możliwa do zaobserwowania. Rozstrzygnięcie tego sporu na niekorzyść modelu tradycyjnego wymagałoby potwierdzenia obecności fluktuacji powtarzających się systematycznie wzdłuż odpowiednich okręgów. Mimo podejmowanych przez różne zespoły badawcze prób sytuacja wciąż jeszcze jest niejasna. Pozostaje mieć nadzieję, że spodziewane w tym roku nowe dane z satelity Planck pomogą w wyjaśnieniu tej zagadki.

Wybrana literatura

- J.-P. Luminet, J. Weeks, A. Riazuelo, R. Lehoucq and J.-P. Uzan, *Dodecahedral space topology as an explanation for weak wide-angle temperature correlations in the cosmic microwave background*, *Nature* **425** (2003) 593.
 - B.F. Roukema, B. Lew, M. Cechowska, A. Marecki and S. Bajtlik, *A hint of Poincaré dodecahedral topology in the WMAP first year sky map*, *Astronom. Astrophys.* **423** (2004) 821.
 - P. Bielewicz, A.J. Banday and K.M. Gorski, *Constraining the topology of the Universe using the polarised CMB maps*, arXiv:1111.6046 [astro-ph.CO].
- Patrz też artykuł Andrzeja Orłowskiego, *Delta* 11(438)/2010.