Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2013

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 639 ($WT = 2{,}41$) i 640 ($WT = 1{,}99$) z numeru 4/2012

Roksana Słowik	Knurów	43,65
Michał Miodek	Zawiercie	42,37
Zbigniew Skalik	Wrocław	41,25
Adam Dzedzej	Gdańsk	40,33
Tomasz Wietecha	Tarnów	40,12
Jędrzej Garnek	Poznań	36,40
Paweł Łabędzki	Kielce	35,77
Wojciech Nadara	Warszawa	35,67

Ależ zagęszczenie tuż przed linią mety!

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2013

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 538 ($WT = 1{,}96$), 539 ($WT = 3{,}13$) 540 ($WT = 1{,}90$) i 541 ($WT = 1{,}23$) z numerów 5–6/2012

Andrzej Nowogrodzki	Chocianów	39,02
Tomasz Rudny	Warszawa	35,20
Krzysztof Magiera	Łosiów	28,34
Tomasz Wietecha	Tarnów	27,04
Dariusz Wilk	Rzeszów	26,57

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `deltami.edu.pl`

Zadania z matematyki nr 651, 652

Redaguje Marcin E. KUCZMA

651. Znaleźć wszystkie pary liczb całkowitych (m, n), dla których liczby

$$\frac{m+1}{n} + \frac{n+1}{m} \quad \text{oraz} \quad \frac{m^2}{n} + \frac{n^2}{m}$$

są także całkowite.

652. Udowodnić nierówność

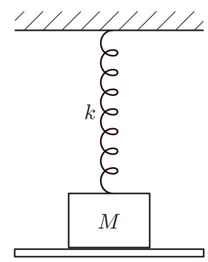
$$\frac{a^{n+1}}{a+b} + \frac{b^{n+1}}{b+c} + \frac{c^{n+1}}{c+a} \geqslant \frac{a^n + b^n + c^n}{2}$$

dla liczb rzeczywistych $a, b, c > 0$ oraz liczb całkowitych $n > 0$.

Zadanie 652 zaproponował pan Witold Bednarek z Łodzi.

Zadania z fizyki nr 548, 549

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

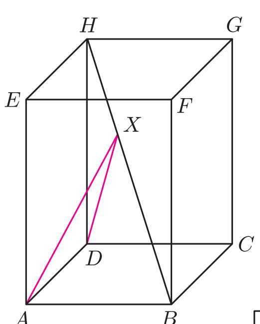


548. Ciężarek o masie M zawieszono na sprężynie o współczynniku sprężystości k i położono na podstawce. W chwili początkowej sprężyna była nieodkształcona. Podstawkę zaczęto opuszczać w dół z przyspieszeniem a. Po jakim czasie ciężarek stracił kontakt z podstawką? Jakie było maksymalne wydłużenie sprężyny?

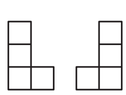
549. Obwód elektryczny składa się z ogniwa o zaniedbywalnym oporze wewnętrznym i dwóch oporników połączonych szeregowo. Woltomierz wskazał spadek napięcia na pierwszym oporniku $U_1 = 4$ V, na drugim oporniku $U_2 = 6$ V, na obu opornikach $U = 12$ V. Jakie są spadki napięć na każdym z oporników, gdy woltomierz nie jest nigdzie podłączony?

Zadania

Redaguje Tomasz TKOCZ



Rys. 1



Rys. 2

M 1369. Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$ o podstawach $ABCD$ i $EFGH$ będących kwadratami (rys. 1), przy czym $AB = \sqrt{2}$ i $AE = 4$. Punkt X przesuwamy po przekątnej BH. Znaleźć minimalną wartość wyrażenia $AX + XD$.
Rozwiązanie na str. 2

M 1370. Liczby rzeczywiste $x_1, \ldots, x_n$, które są nie mniejsze niż -1, spełniają równość $x_1^3 + \ldots + x_n^3 = 0$. Udowodnić, że

$$x_1 + \ldots + x_n \leqslant \frac{n}{3}.$$

Rozwiązanie na str. 8

M 1371. Znaleźć wszystkie liczby całkowite dodatnie n, dla których kwadrat złożony z n^2 kwadracików jednostkowych można pokryć płytkami powstałymi z płytek pokazanych na rysunku 2 przez obrót o kąt 0°, 90°, 180° lub 270° w ten sposób, by płytki nie zachodziły na siebie.
Rozwiązanie na str. 19