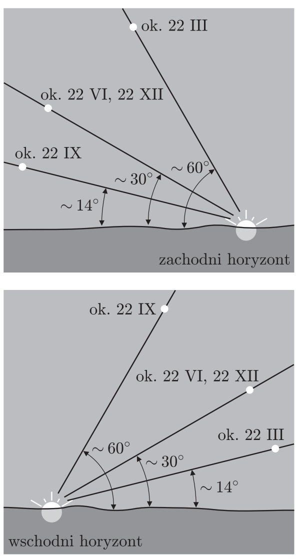
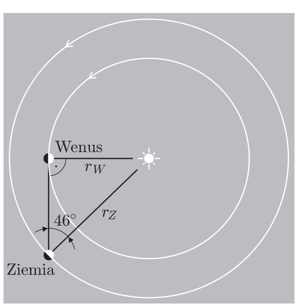
Wyznaczanie odległości, promienia orbity i rozmiarów Wenus

Wielką przyjemność i satysfakcję sprawia obserwowanie przyrody. Nieporównanie większą – obserwowanie jej z poczuciem zrozumienia. Jednak największą odczuwa się chyba w trakcie samodzielnego jej poznawania. Jak wielką satysfakcję może sprawić wyznaczenie odległości do Wenus? Nie dowiesz się, jeśli nie spróbujesz tego dokonać. A warto, bo doświadczysz nie tylko satysfakcji badawczej. Oglądając Wenus jaśniejącą na tle ciemniejącego nieba w oprawie żółtych, pomarańczowych i czerwonych zórz, poczujesz się wyróżniony, uczestnicząc w niezwykłym plastycznie spektaklu. A jeśli tak się zdarzy, że w pobliżu Wenus pojawi się jeszcze wąski sierp Księżyca, to bacz, byś nie został astronomem.

Wykonanie opisanego tu pomiaru nie będzie wymagało znajomości astronomicznej kuchni; potrzebna będzie jednak amatorska luneta lub teleskop. Jeśli dotychczas zupełnie nie zwracałeś uwagi na niebo, to przygotowania do zasadniczego pomiaru wypada zacząć od nabycia umiejętności odnajdywania Wenus na niebie. Zadanie to bardzo ułatwia ogromna jasność Wenus (w porównaniu z gwiazdami) i jej zawsze niewielka kątowa odległość od Słońca. Nigdy nie przekracza ona 46°. Gdy jest mniejsza niż 15–20 stopni, to mimo wielkiej jasności nie zobaczymy jej ze względu na dużą jasność tła nieba. Możliwość obserwowania Wenus powtarza się cyklicznie – takie samo jej położenie względem Słońca powtarza się po około 583,5 dobach. W tym czasie wystąpią dwa okresy dobrej widoczności Wenus trwające po około 6 miesięcy. W jednym z nich Wenus będzie widoczna na niebie po lewej stronie Słońca (na wschód od niego) i wtedy można ją obserwować po zachodzie Słońca nad południowo-zachodnim horyzontem. W takiej konfiguracji Wenus jest nazywana Gwiazdą Wieczorną. Po krótkim, bo około miesięcznym okresie nieobecności na niebie, Wenus pojawi się po prawej stronie Słońca (na zachód od niego) i wtedy będzie widoczna przed wschodem Słońca, ponad południowo-wschodnim horyzontem. Także w tym położeniu względem Słońca można ją oglądać przez blisko 6 miesięcy. W tym okresie nazywamy ją Jutrzenką. Po upływie tego okresu Wenus ponownie przestaje być widoczna, lecz tym razem aż na 6 miesięcy. Po tym opisany cykl powtarza się. Położenie Wenus względem Słońca, determinujące jej widoczność, podaje każdy program komputerowy prezentujący niebo. Przybliżone daty maksymalnego kątowego oddalenia Wenus od Słońca można jednak wyznaczyć z następującego prostego wzoru: $D_{\max} = D_0 + n \cdot 583{,}5$ doby, w którym $n = 0, 1, 2, \ldots$, zaś D_0 jest datą 27 marca 2012 r. dla obserwacji prowadzonych o zmierzchu, lub datą 15 sierpnia 2012 r. w przypadku obserwacji prowadzonych o świcie. W pierwszym przypadku, gdy Wenus jest widoczna o zmierzchu, data $D_{\max}$ przypada na około cztery miesiące po chwili, gdy Wenus zaczęła być widoczna o tej porze doby i na dwa miesiące przed końcem tego okresu jej widoczności. Jeśli Wenus jest widoczna o świcie, to data $D_{\max}$ przypada na około dwa miesiące po tym, jak zaczęła być widoczna przed wschodem Słońca, i na cztery miesiące przed momentem, gdy o tej porze doby przestanie być już widoczna.

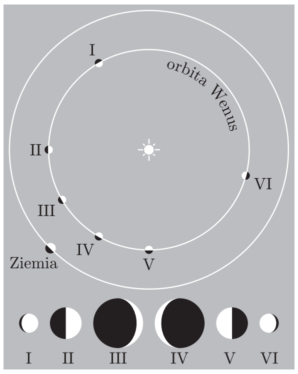


Rys. 1. Wczesną wiosną tuż po zachodzie Słońca (lub jesienią przed wschodem) kąt pomiędzy horyzontem a płaszczyzną, w której planety obiegają Słońce, jest największy. Z tego powodu w tych okresach takiej samej odległości kątowej Wenus od Słońca odpowiada największa wysokość Wenus ponad horyzontem – Wenus jest wtedy najlepiej widoczna.

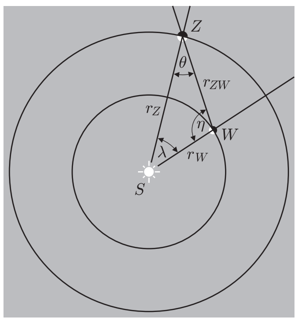


Rys. 2. Konfiguracja Ziemi, Wenus i Słońca w chwili maksymalnego kątowego oddalenia Wenus od Słońca.

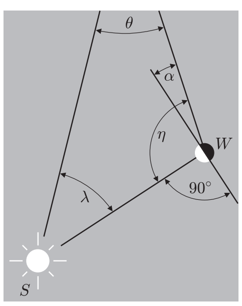
Przygotowania do obserwacji Wenus wymagają podania jeszcze jednej użytecznej informacji. Pośród cyklicznie występujących okresów widoczności najkorzystniejsze są te, w których znaczne kątowe oddalenie Wenus od Słońca przypada wczesną wiosną (gdy Wenus jest Gwiazdą Wieczorną) lub wczesną jesienią (gdy Wenus jest Jutrzenką). W tych okresach kąt pomiędzy horyzontem a płaszczyzną, w której Ziemia i inne planety obiegają Słońce, jest bowiem największy. Z tego powodu dla takiej samej odległości kątowej Wenus od Słońca jej kątowa wysokość ponad horyzontem będzie wyjątkowo duża, co w znacznym stopniu poprawia jej widoczność (rys. 1).



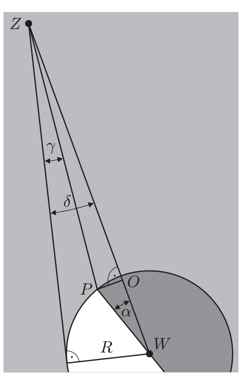
Rys. 3. Kątowe rozmiary tarczy Wenus oraz kształt oświetlonej części jej globu zależą od jej położenia względem Słońca i Ziemi.



Rys. 4. Wyznaczenie aktualnej odległości Wenus–Ziemia (r_{ZW}) i promienia orbity Wenus (r_W) sprowadza się do rozwiązania trójkąta, którego wierzchołkami są Słońce, Wenus i Ziemia.



Rys. 5. Powiększony fragment rysunku 4.



Rys. 6. Widok na Wenus (W) i pozycję obserwatora (Z) z kierunku prostopadłego do płaszczyzny wyznaczonej przez położenia Ziemi, Wenus i Słońca.

Powróćmy na chwilę do podanej już wartości maksymalnej kątowej odległości Wenus od Słońca, tj. 46°. Jej samodzielne wyznaczenie i potwierdzenie, iż jest niemal jednakowa podczas każdego oddalenia, wymaga co prawda długiego oczekiwania, lecz jest łatwe do wykonania i ma poważne konsekwencje. Wielkość tego kąta świadczy bowiem o tym, że orbita Wenus zawiera się wewnątrz orbity Ziemi. Natomiast powtarzalność tej wartości upoważnia nas do stwierdzenia, iż orbita Wenus jest niemal dokładnie kołowa. Ponieważ maksymalne oddalenie Wenus od Słońca ma miejsce wtedy, gdy Słońce, Wenus i Ziemia tworzą trójkąt prostokątny z Wenus ulokowaną w wierzchołku kąta prostego (patrz rys. 2), to $r_W/r_Z = \sin(46°) \cong 0{,}72$. Ogromnym mankamentem tej metody wyznaczenia promienia orbity Wenus, utrudniającym bardzo samodzielne jej powtórzenie, jest konieczność bardzo długiego oczekiwania na właściwy moment i wielokrotne powtarzanie pomiaru. Okazuje się jednak, że przyjęcie dwóch założeń dotyczących toru ruchu Wenus oraz dostęp do amatorskiej lunety lub teleskopu pozwalają w prosty sposób i w dowolnym momencie wyznaczyć nie tylko promień orbity Wenus, ale i jej aktualną odległość. Przyjmijmy więc za prawdę, iż orbita Wenus jest niemal dokładnie kołowa, a jej nachylenie do płaszczyzny orbity Ziemi – zaniedbywalnie małe. W opisanej niżej metodzie wykorzystane będzie zjawisko możliwe do zaobserwowania nawet przez niewielką lunetę. Ponieważ orbita Wenus jest obejmowana w całości orbitą Ziemi, to jasna część globu Wenus widoczna przez lunetę będzie zmieniała kształt i wielkość – powinniśmy widzieć ją w różnych fazach (patrz rysunek 3). Zjawisko to po raz pierwszy zaobserwował Galileusz, przyczyniając się w ten sposób do obalenia geocentrycznego modelu organizacji świata.

Rysunek 4 przedstawia pozycje Wenus (W), Słońca (S) i Ziemi (Z). Płaszczyzna tego rysunku, jak również rysunków 5 i 6, pokrywa się z płaszczyzną orbity Wenus i Ziemi. Wyznaczenie odległości z Ziemi do Wenus r_{ZW} oraz promienia orbity Wenus r_W sprowadza się do rozwiązania trójkąta SZW widocznego na rysunku 4. Kąt θ w tym trójkącie można zmierzyć podczas bezpośredniej obserwacji. Natomiast kąt η można, jak się za chwilę okaże, wyznaczyć na podstawie kształtu obserwowanej fazy Wenus. Z rysunku 5 wynika bowiem, że $\eta = 90° + \alpha$, zaś kąt α można wyznaczyć z trójkątów PZO oraz OWP widocznych na rysunku 6.

Wynikają z nich następujące zależności:

$$\sin\alpha = \frac{|OP|}{R}, \qquad |OP| = r_{ZW}(\delta - \gamma), \qquad \sin\alpha = \frac{r_{ZW}}{R}(\delta-\gamma) = \delta\frac{r_{ZW}}{R}\left(1 - \frac{\gamma}{\delta}\right).$$

Ponieważ $R/r_{ZW} = \delta$, więc ostatecznie

$$\sin\alpha = 1 - \frac{\gamma}{\delta}.$$

Otrzymana zależność oraz związek $\eta = 90° + \alpha$ pozwalają wyznaczyć kąt η, jeśli obserwacyjnie określimy stosunek kąta γ do δ. Jeśli kąty θ i η uznamy już za znane, to ostateczne rozwiązanie problemu otrzymamy, stosując twierdzenie sinusów do trójkąta ZSW widocznego na rysunku 4:

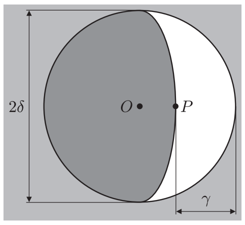
$$(1) \qquad r_W = r_Z\frac{\sin\theta}{\sin\eta} = r_Z\frac{\sin\theta}{\sin(90°+\alpha)} = r_Z\frac{\sin\theta}{\cos\alpha} = r_Z\frac{\sin\theta}{\sqrt{\gamma/\delta(2-\gamma/\delta)}}.$$

Stosując po raz drugi twierdzenie sinusów do tego trójkąta, obliczymy r_{ZW}:

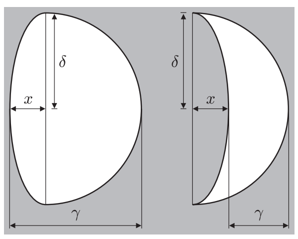
$$(2) \qquad r_{ZW} = r_Z\frac{\sin\lambda}{\sin\eta} = r_Z\frac{\sin\lambda}{\sin(90°+\alpha)} = r_Z\frac{\cos(\alpha+\theta)}{\cos\alpha} =$$

$$= r_Z(\cos\theta - \operatorname{tg}\alpha\cdot\sin\theta) = r_Z\left(\cos\theta - \frac{1-\gamma/\delta}{\sqrt{\gamma/\delta(2-\gamma/\delta)}}\cdot\sin\theta\right).$$

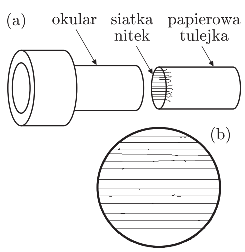
Ponieważ w zależnościach (1) i (2) kąty γ i δ występują wyłącznie w postaci ilorazu, więc do wyznaczenia r_W, r_{ZW} nie jest konieczne określanie ich wartości w jednostkach kątowych. Używane jednostki muszą być jednak proporcjonalne do jednostek kątowych. Kątowa wartość δ będzie natomiast potrzebna do wyznaczenia promienia planety $R = r_{ZW}\delta$. Wartość r_Z, występującą w związkach (1) i (2), można potraktować jako znaną, przyjmując $r_Z \cong 150\,000\,000$ km lub, wzorem naszych poprzedników, $r_Z \cong 1$.



Rys. 7. Tarcza Wenus widoczna z Ziemi.



Rys. 8. Stosunek γ/δ można ocenić wprost lub obliczyć po uprzedniej wzrokowej ocenie stosunku x/δ: $\gamma/\delta = (\delta \pm x)/\delta = 1 \pm x/\delta$.



Rys. 9. Prosty mikrometr: (a) schemat budowy, (b) widok nitek w okularze.

Uwaga: Otrzymanie ostrego zdjęcia tarczy Wenus jest bardzo trudne. Dlatego dysponując jakąkolwiek lunetą, korzystniej jest wykorzystać ją do obserwacji wizualnych niż do fotografowania.

Obserwacyjna część zadania będzie polegała na samodzielnym wyznaczeniu wartości θ, γ, δ. Ze względu na dużą jasność Wenus na ogół widać ją jeszcze przed zachodem Słońca lub po jego wschodzie. W takim przypadku możliwy jest bezpośredni pomiar kąta θ. Z wystarczającą dokładnością można go zmierzyć za pomocą bardzo prostego kątomierza, który można wykonać samodzielnie.

Z dwóch listew, o długości ok. 1 m, zbudować coś, co przypominało będzie duży cyrkiel. Na każdej z listew zaznaczyć punkt jednakowo odległy od osi obrotu. W te miejsca można wbić gwoździki ułatwiające celowanie. Kąt rozchylenia listew obliczać po zmierzeniu odcinka pomiędzy zaznaczonymi na listwach punktami (gwoździkami), stanowiącej podstawę trójkąta równoramiennego o znanej długości ramion.

Pomiar tego kąta będzie jeszcze łatwiejszy, jeśli luneta wykorzystywana do obserwacji będzie osadzona na tzw. montażu paralaktycznym ustawionym tak, by jedna z osi obrotu mechanizmu była równoległa (choćby w przybliżeniu) do osi obrotu nieba. Ponieważ kątowe odległości Słońca i Wenus od bieguna nieba są zazwyczaj bardzo zbliżone, to kąt pomiędzy tymi obiektami można utożsamiać z jego rzutem na płaszczyznę prostopadłą do osi obrotu nieba. Skoro tak, to jako rozwartość kąta θ można przyjmować różnicę wskazań na skali kręgu pomiarowego związanego z osią obrotu równoległą do osi obrotu nieba. Celując lunetą w Słońce, należy zasłonić obiektyw, a jako wskaźnik poprawności kierunku lunety wykorzystywać jej cień.

Do pomiaru kątów γ, δ będzie potrzebna luneta lub teleskop zwierciadlany. Skutkiem małych wysokości ponad horyzontem, na jakich bywa widoczna Wenus, jej obraz jest zawsze bardzo niestabilny. Z tego powodu precyzyjny pomiar kątów δ, γ jest trudny. Najdokładniej można to zrobić za pomocą lunety wyposażonej w mikrometr.

Choćby taki, jak na rysunku 9: Z papieru wykonać rurkę o średnicy pasującej do wewnętrznej średnicy tulejki okularu, o długości nieco większej niż długość tulejki. Na jedną z otwartych podstaw rurki nakleić mniej więcej równolegle kilkanaście cienkich włókien (np. najcieńsze fragmenty włókien z tkanin syntetycznych). Papierową tulejkę wsunąć do rurki okularu, na taką głębokość, by przez okular włókna były ostro widoczne. Po skierowaniu okularu na jasne tło należy wykonać dokładny rysunek widocznych włókien – należy narysować je dokładnie tak, jak je widać, zachowując skalę odstępów, ich ewentualne nierównoległości i zanieczyszczenia (ważne jest bowiem, by nitki widoczne przez okular i na rysunku można było identyfikować). Na rysunku tym można będzie zaznaczać położenia końców odcinków odpowiadających kątom, które należy zmierzyć.

Ponieważ kąty γ i δ występują (w zależnościach (1) i (2)) wyłącznie w postaci ilorazu γ/δ, nie będzie konieczna znajomość kątowej skali takiego mikrometru. Dla tych, którzy nie mają mikrometru, pocieszeniem może być fakt, że ze względu na nieostrość obrazu Wenus i jego nieustanne drgania, wywoływane turbulencjami atmosferycznymi, dokładność oceny stosunku γ/δ, jaką można uzyskać z osobnych pomiarów mikrometrycznych każdego z kątów, nie jest lepsza od dokładności uzyskiwanej przy ocenie wartości tego stosunku metodą „na oko" (patrz rys. 8).

Małą Deltę przygotował Andrzej BRANICKI Wydział Fizyki, Uniwersytet w Białymstoku

Zadania

Redaguje Tomasz TKOCZ

Przygotował Krzysztof TURZYŃSKI

F 821 (Gardner)**.** W wierzchołkach kwadratu o boku a znajdują się cztery żuki. W pewnej chwili jeden z żuków zaczyna biec z prędkością v, kierując się stale ku swemu sąsiadowi, ten w tej samej chwili rusza z prędkością v ku swojemu drugiemu sąsiadowi itd. Po jakim czasie żuki spotkają się w środku kwadratu?
Rozwiązanie na str. 7

F 822. Na pokładzie Międzynarodowej Stacji Kosmicznej rzucono książkę tak, że obracała się ona wokół osi O_1 przebijającej prostopadle jej strony w ich środku. Uzasadnić, że ten kierunek obrotu jest stabliny, tj. nawet przy nieidealnie wybranych warunkach początkowych książka będzie po chwili obracała się przede wszystkim wokół osi O_1.
Rozwiązanie na str. 18

M 1363. Niech n będzie liczbą pięciocyfrową w zapisie dziesiętnym (pierwsza cyfra jest różna od 0) i niech m będzie liczbą czterocyfrową powstałą z n przez wyrzucenie jej środkowej cyfry. Znaleźć wszystkie takie liczby n, że liczba $\frac{n}{m}$ jest całkowita.
Rozwiązanie na str. 5

M 1364. Znaleźć wszystkie trójkąty ostrokątne ABC, wpisane w ustalony okrąg o, spełniające następujący warunek: środek ciężkości S trójkąta ABC pokrywa się z ortocentrum H trójkąta PQR, gdzie P, Q i R to odpowiednio punkty przecięcia półprostych AS, BS, CS z okręgiem o.
Rozwiązanie na str. 8

M 1365. Każdy punkt płaszczyzny pomalowano na biało, czarno lub zielono. Udowodnić, że istnieją dwa punkty w odległości 1, które są tego samego koloru.
Rozwiązanie na str. 4