Nie daj się zbałamucić kobiecie!

Sophie Germain (1776–1831), wbrew ówczesnym obyczajom matematyk, fizyk, metalurg i autorka ciekawych szkiców o kulturze, prawie na każdym kroku musiała udowadniać swą wiedzę i bronić swych dokonań przed rzeszami niedowiarków. Jeden z takich ataków odparła, zadając gronu matematyków zadanie:

wykazać, że dla każdego $n > 1$ *liczba* $G = n^4 + 4$ *jest złożona.*

Jej rozmówcy może by i rozwiązali to zadanie, gdyby nie „pomoc” ze strony Sophie:

Dla n *parzystych* G *jest też parzysta, a dla* n *kończącego się w zapisie dziesiętnym na* 1, 3, 7 *lub* 9, *liczba* n^4 *kończy się na* 1, *a więc liczba* G *dzieli się przez* 5. *Pozostają więc wam do zbadania tylko liczby postaci* $625(2k+1)^4 + 4$, *czyli* $10000k^4 + 20000k^3 + 15000k^2 + 5000k + 629$. *Dla* $k = 0$ *mamy faktycznie* $629 = 17 \cdot 37$. *Ale co dla większych* k*?*

Wyjaśnienie w numerze.

I tu koledzy grzęźli. A Ty, Czytelniku?

M. K.

Zadania

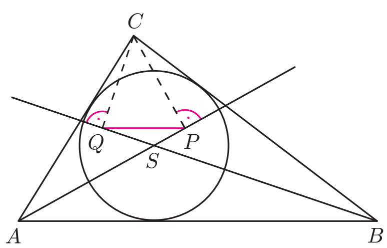
Redaguje Tomasz TKOCZ

M 1345. Dany jest wielomian f o współczynnikach całkowitych, dla którego istnieją takie parami różne liczby całkowite t_1, t_2, t_3, t_4, że

$$f(t_1) = f(t_2) = f(t_3) = f(t_4) = 9.$$

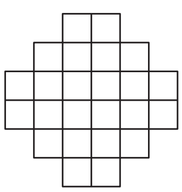
Udowodnić, że **nie** istnieje liczba całkowita r, dla której $f(r) = 2012$.
Rozwiązanie na str. 13

M 1346. Punkt S jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC. Punkty P i Q są rzutami prostopadłymi punktu C odpowiednio na proste AS i BS (rys. 1). Udowodnić, że prosta PQ jest równoległa do prostej AB.
Rozwiązanie na str. 24



Rys. 1

M 1347. Ile co najwyżej pól serwetki pokazanej na rysunku 2 można zamalować tak, aby wzdłuż żadnej przekątnej nie było trzech kolejnych zamalowanych pól?
Rozwiązanie na str. 11

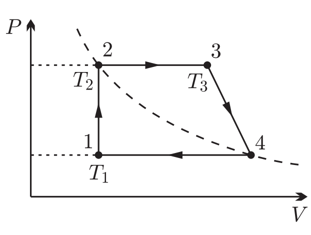


Rys. 2

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 809. Dwa pionowe cylindry o różnych przekrojach wewnętrznych przykryte są tłokami o masach $m_1 = 1$ kg oraz $m_2 = 2$ kg znajdującymi się na wysokości $h = 0{,}1$ m. Cylindry połączone są na dole cienką rurką, wewnątrz nich znajduje się gaz doskonały o stałej temperaturze, a na zewnątrz jest próżnia. Jaka będzie różnica wysokości tłoków po dociążeniu pierwszego z nich dodatkowym kilogramem?
Rozwiązanie na str. 12

F 810. N moli gazu doskonałego poddane jest przemianie cyklicznej $1-2-3-4-1$ składającej się z dwóch izobar $2-3$ oraz $4-1$, izochory $1-2$ i pewnego procesu $3-4$ przedstawionego na wykresie pV linią prostą (rys. 3). Temperatury gazu w punktach $1, 2, 3$ są równe T_1, T_2, T_3, odpowiednio, a punkty 2 i 4 leżą na tej samej izotermie. Wyznaczyć pracę wykonaną przez gaz.
Rozwiązanie na str. 10



Rys. 3

Ponieważ $\sqrt{37} - 6 = \dfrac{1}{\sqrt{37}+6} < \dfrac{1}{12} < \dfrac{1}{10}$, więc $M < \dfrac{1}{10^{666}}$, co wobec $N = \dfrac{1}{10^{200}}$ daje $M < N$.