Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

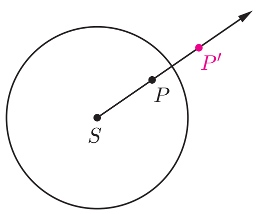
`www.sem.edu.pl`

W dniach 4–6 listopada 2011 roku w hotelu Ameliówka koło Kielc odbyła się konferencja organizowana przez SEM wspólnie z Wydziałami Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej i Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego. Było to już czwarte spotkanie naukowe zorganizowane w podobnej formie przez nasze Stowarzyszenie. Konferencja ta, podobnie jak poprzednie: *Konkursy matematyczne w Polsce*, *Matematyka – jak uczyć?* oraz *Gdzie jest matematyka?*, stworzyła okazję do spotkania wielu osób zainteresowanych rozbudzaniem matematycznych zdolności młodzieży.

Do Ameliówki przyjechało prawie 140 matematyków z całej Polski na co dzień zajmujących się szeroko rozumianą edukacją matematyczną. Zgodnie z tradycją uczestnikami konferencji byli zarówno nauczyciele matematyki w szkołach różnych typów, jak i pracownicy naukowi wyższych uczelni.

W trakcie konferencji odbywającej się pod hasłem *Gdzie jest nauczyciel?* zastanawiano się przede wszystkim nad rolą nauczyciela w kształceniu matematycznym. Próbowano odpowiedzieć na pytanie, jaką wartość wnosi nauczyciel do wykształcenia młodych ludzi. Doświadczeni nauczyciele matematyki, pracujący w specjalnych klasach matematycznych, dzielili się swoimi spostrzeżeniami i metodami pracy, pokazując *Gdzie jest nauczyciel w klasie uczniów zdolnych?* Dyskutowano również o podręcznikach matematyki oraz o sposobach i potrzebie uczenia matematyki humanistów. Przedstawiono także wiele interesujących zagadnień matematycznych, które można wykorzystać na zajęciach pozalekcyjnych w gimnazjach i szkołach ponadgimnazjalnych. Konferencja była też okazją prezentacji nowej formy organizacji Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów. Więcej informacji o konferencji można znaleźć na stronie internetowej `sem.edu.pl/konferencja-2011`.

Inwersja względem okręgu o środku S i promieniu r to przekształcenie, które każdemu punktowi P płaszczyzny poza S przyporządkowuje taki punkt P' półprostej $SP^{\to}$, że $SP \cdot SP' = r^2$.



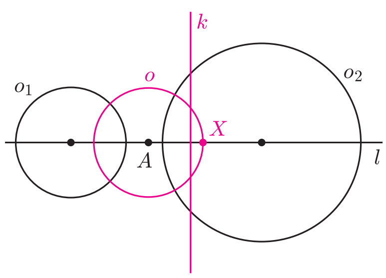
Inwersja ma, między innymi, takie własności:

- zachowuje kąty między krzywymi;
- okręgi nieprzechodzące przez S przekształca na okręgi;
- okręgi przechodzące przez S przekształca na proste nieprzechodzące przez S i odwrotnie;
- proste przechodzące przez S przekształca na te same proste.

Jednym z wielu bardzo ciekawych odczytów matematycznych było wystąpienie Wojciecha Martysa o inwersji względem okręgu. Chcielibyśmy zwrócić uwagę naszych Czytelników na pewną ładną własność inwersji przedstawioną wraz z dowodem podczas tego referatu.

Własność. *Niech o_1 i o_2 będą rozłącznymi okręgami leżącymi na danej płaszczyźnie. Wtedy istnieje inwersja tej płaszczyzny przekształcająca okręgi o_1 i o_2 na okręgi koncentryczne.*

Dowód. Możemy założyć, że okręgi o_1 i o_2 nie są koncentryczne. Oznaczmy przez l prostą przechodzącą przez środki o_1 i o_2. Na prostej l znajdujemy punkt A, z którego długości odcinków stycznych, poprowadzonych do o_1 i o_2, są jednakowe. Oznaczmy przez r długość odcinka stycznego poprowadzonego z A do o_1. Zauważamy, że okrąg o o środku w punkcie A i promieniu r jest prostopadły do o_1 i do o_2. Oznaczmy przez X jeden z punktów przecięcia o z l. Wtedy inwersja o środku w punkcie X przekształca prostą l w siebie, co oznacza, że środki obrazów o_1' i o_2' okręgów o_1 i o_2 w tej inwersji leżą na l. Ponadto inwersja o środku w punkcie X przekształca o na prostą k (bo $X \in o$) prostopadłą do l (inwersja zachowuje kąty). Więc o_1' i o_2' są okręgami prostopadłymi do k, co oznacza, że ich środki leżą na k. Podsumowując: środki o_1' i o_2' leżą na k i na l, a więc o_1' i o_2' muszą być koncentryczne.



Proponujemy Czytelnikom wykorzystanie udowodnionej własności w analizie następujących zadań.

Zadanie 1. *Dane są dwa okręgi o_1 i o_2. Znajdź inwersję przekształcającą o_1 na o_2.*

Zadanie 2. *Dany jest okrąg o i dwa rozłączne okręgi o_1 i o_2. Narysuj okrąg styczny do o i prostopadły do okręgów o_1 i o_2.*

Zadanie 3. *Niech o_1 i o_2 będą rozłącznymi okręgami, takimi że o_1 leży we wnętrzu o_2. Rysujemy okrąg k_1 styczny zewnętrznie do o_1 i wewnętrznie do o_2. Następnie rysujemy okrąg k_2 styczny zewnętrznie do o_1 i k_1 oraz wewnętrznie do o_2 itd. Jeżeli po skończonej liczbie kroków ostatni okrąg będzie styczny zewnętrznie do k_1, to mówimy, że okręgi $k_1, k_2, \ldots, k_n$ tworzą łańcuch Steinera okręgów o_1 i o_2. Wykaż, że jeżeli istnieje łańcuch Steinera okręgów o_1 i o_2, to jest to niezależne od położenia pierwszego okręgu k_1.*

Barbara ROSZKOWSKA-LECH, Krzysztof CHEŁMIŃSKI