



Rozwiązanie zadania M 1341.

Wykonujemy następujące przekształcenia:

$$(a + b + c + d)^2 - 8(ac + bd) =$$

$$= a^2 + 2a(b + c + d) +$$

$$+ (b + c + d)^2 - 8ac - 8bd =$$

$$= a^2 + 2a(b - 3c + d) + (b - 3c + d)^2 +$$

$$+ (b + c + d)^2 - (b - 3c + d)^2 - 8bd =$$

$$= (a + b - 3c + d)^2 +$$

$$+ (2(b - c + d) \cdot 4c - 8bd).$$

Wystarczy wykazać, że drugi składnik jest dodatni. Ale

$$(b - c + d) \cdot c - bd =$$

$$= (b - c) \cdot c + d \cdot (c - b) =$$

$$= (c - b)(d - c) > 0.$$

Następnie znów dzielimy obie strony równości przez x i kontynuujemy to postępowanie, aż po lewej stronie pozostanie samo a_n . Po drodze otrzymamy kolejne warunki konieczne na to, żeby x było pierwiastkiem wielomianu W , na przykład trzeci z nich będzie postaci:

$$(3) \quad \left(\frac{a_0}{x^2} + \frac{a_1}{x} + a_2 \right) \bmod x = 0.$$

Na końcu zaś wystarczy sprawdzić, czy:

$$(4) \quad \frac{a_0}{x^n} + \frac{a_1}{x^{n-1}} + \dots + \frac{a_{n-1}}{x} + a_n = 0.$$

W ten sposób uzyskujemy następujący pseudokod, w którym sprawdzamy kolejno warunki (1), (2), (3) itd., a na końcu (4).

$w := a_0;$

if $x \neq 0$ **then**

for $i := 1$ **to** n **do**

if $w \bmod x \neq 0$ **then return false;**

$w := w/x + a_i;$

if $w \neq 0$ **then return false**

else return true;

Zauważmy, że wartość zmiennej w nigdy nie przekroczy sumy wartości bezwzględnych liczb a_i , więc nie będziemy mieć do czynienia z żadnymi dużymi liczbami. Czyli pełny sukces!

Na zakończenie warto dodać, że podany problem można także rozwiązać za pomocą tak zwanego schematu Hornera, w którym wykorzystujemy następujące przedstawienie:

$$W(x) = (((\dots((a_n \cdot x + a_{n-1}) \cdot x + a_{n-2}) \dots) \cdot x + a_1) \cdot x + a_0.$$

Wystarczy mianowicie próbować obliczyć $W(x)$ zgodnie z tym schematem, od lewej do prawej – na przemian mnożymy przez x i dodajemy a_i – przy czym obliczenia przerywamy, jeśli aktualna wartość staje się zbyt duża. Wiemy wówczas, że na pewno wynikiem nie będzie zero. A to, jaka jest ta graniczna wartość, przy której możemy od razu udzielić odpowiedzi negatywnej, pozostawiamy do rozstrzygnięcia Czytelnikowi.

Prosto z nieba: Nowa nadzieja

Rozpoczęta w 2009 r., sponsorowana przez NASA misja kosmiczna *Kepler* ma na celu oszacowanie liczby zdolnych do zamieszkania planet, ich parametrów oraz właściwości układów planetarnych, w których się znajdują. Dotychczas zarejestrowano ponad tysiąc kandydatów na planety, obecnie skrupulatnie weryfikowanych podczas dodatkowych obserwacji. Wśród wielu interesujących odkryć jedno zasługuje na szczególną uwagę: jest to planeta znajdująca się w układzie podwójnym. Układ ów tworzą gwiazdy nieco chłodniejsze i nieco mniej masywne od Słońca, a znajduje się on około 200 lat świetlnych od naszego układu planetarnego (w gwiazdozbiornie Łabędzia). Planeta została oznaczona kryptonimem Kepler-16b [1], nieformalnie natomiast astronomowie ochrzczili ją zdecydowanie bardziej romantyczną nazwą *Tatooine* (znaną z *Gwiezdnych wojen* George'a Lucasa planetą dzieciństwa Luke'a Skywalkera). W odróżnieniu od filmowej *Tatooine* glob odkryty przez zespół Keplera jest zimnym gazowym gigantem. Nie spodziewamy się tam zatem odnaleźć przejawów życia podobnego do ziemskiego głównie z powodu panującej tam zdecydowanie za niskiej

temperatury – Kepler-16b znajduje się poza obszarem sprzyjającym powstaniu życia (tzw. „ekosferą”).

Doniesienia o odkryciu planety o dwóch słońcach zdarzały się już wcześniej, ale nigdy nie znalazły potwierdzenia podczas bardziej wnikliwej analizy. Obserwacje *Keplera* są jednak tak wysokiej jakości, że ich wiarygodność praktycznie nie jest kwestionowana. Możliwość istnienia planety typu Kepler-16b była od dawna przedmiotem rozważań teoretyków, przewidujących różne niestandardowe sposoby powstawania układów planetarnych. Biorąc pod uwagę fakt, że większość gwiazd w Galaktyce znajduje się w układach podwójnych, możemy spodziewać się większej liczby takich planet, niż to wynika z oszacowań wykorzystujących obserwacje samotnych gwiazd. Oznacza to także, że wzrosło prawdopodobieństwo znalezienia planety o podobnych do Ziemi parametrach. Czas pokaże (trzymamy kciuki!), czy wśród kolejnych planet *Keplera* znajdzie się także druga Ziemia.

Michał BEJGER

[1] <http://kepler.nasa.gov/Mission/discoveries/kepler16b>