

# Matematyka w katowickim Pałacu Młodzieży

Dorota KOLANY



W Pałacu Młodzieży w Katowicach działa od lat Pracownia Matematyki (aktualnie, od jakiegoś czasu, Pracownia Matematyki i Informatyki). Prowadzone tam są przede wszystkim cotygodniowe zajęcia stałe (kółka zainteresowań w grupach wiekowych), ale oprócz tego w ramach swojej działalności Pracownia organizuje konkursy, warsztaty, pokazy, wykłady dla dzieci i młodzieży w różnym wieku (począwszy od dzieci z klas IV szkół podstawowych, a kończąc na młodzieży klas maturalnych) oraz letnie, kilkunastodniowe, obozy matematyczne zwane Letnimi Szkołami Matematyki.

Wielu uczestników Pracowni uczęszcza na zajęcia przez kilka lat. Niektórzy pozostają w Pracowni aż do ukończenia szkoły. Jeszcze inni wspierają pracownię dłużej: współorganizują konkursy, wygłaszają wykłady, uczestniczą w pracach jury różnych organizowanych przez Pracownię konkursów.

Zastanawiać się można, co powoduje, że młodzież wiąże się z Pracownią na aż tak długo? Otóż ważne jest nie tylko, co się robi, ale również w jakiej atmosferze. Po pierwsze, uczestnicy są w grupie osób o podobnych zainteresowaniach. Mogą się wymieniać pomysłami, mogą dyskutować. Osobiście doświadczają, że zajmowanie się matematyką może sprawiać przyjemność. Po drugie – co wydaje się istotniejsze – zajęcia są całkowicie dobrowolne. Tym sposobem korzystają z nich tylko ci, którzy tego naprawdę chcą.

Może czas na kilka słów o tym, co Pracownia oferuje uczestnikom zajęć.

Zacznijmy od najmłodszych, czyli czwartoklasistów. Dzieci są z natury swojej ciekawe świata, chcą odkrywać i tworzyć. Lubią myśleć i mają ciekawe pomysły. Nie wiedzą jeszcze, co je interesuje, albo – ujmując rzecz dokładniej – interesuje je wszystko. U dzieci w tym wieku szkoła wyrobiła już błędny odruch, że matematyka oznacza przede wszystkim sprawne wykonywanie obliczeń. Jakież jest ich zdziwienie, kiedy przychodzą na zajęcia, a na nich zamiast długich słupków są zagadki, łamigłówki, gry... Na wszystkich zajęciach dla uczniów szkół podstawowych te elementy stanowią podstawę. Nowe wiadomości, narzędzia i metody pojawiają się mimochodem.

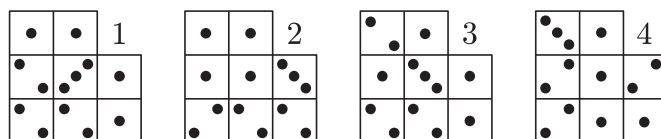
Gimnazjaliści uczą się o wiele więcej. Podejmują się rozwiązywania naprawdę trudnych dla nich problemów (choć nadal lubią się bawić).

Dla młodzieży ze szkół ponadgimnazjalnych przewidziane są przede wszystkim zajęcia tematyczne. W tym np. arytmetyka, kombinatoryka, elementy algebry i geometrii, analizy, topologii, logiki i teorii mnogości, teorii automatów. Przy czym zakres poruszanych zagadnień jest ustalany wspólnie z uczestnikami na bieżąco. Chciałoby się powiedzieć – „według potrzeb”.

Jako ilustracja – przykłady zadań (zaczynamy od tych dla najmłodszych):

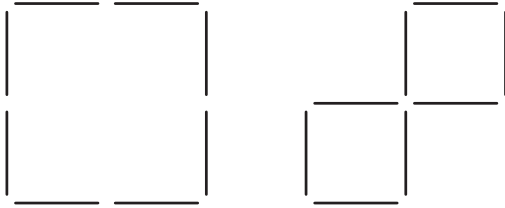
- Karol, Jacek i Bartek brali udział w zawodach. Chłopcy startowali w trzech konkurencjach: biegu na 50 metrów, skoku w dal i rzucie piłeczką. Za zajęcie I miejsca w każdej z konkurencji zawodnicy otrzymywali 3 punkty, za zajęcie II miejsca – 2 punkty, a za zajęcie III miejsca – 1 punkt. Ogólny wynik całych zawodów ustalono po dodaniu wyników z tych trzech konkurencji. W biegu na 50 metrów Jacek był pierwszy, a Bartek drugi. Bartek był pierwszy w rzucie piłeczką, a w ogólnej klasyfikacji był drugi. Karol był pierwszy w skoku w dal, ale w ogólnej klasyfikacji był trzeci. Ile punktów zdobyli chłopcy w każdej z konkurencji? Jaka była końcowa punktacja?

- Z jednego kompletu kamieni domina wzięto cztery kamienie i ułożono je cztery razy – za każdym razem w inny sposób – otrzymując układy z rysunku poniżej. Jakich kostek użyto?



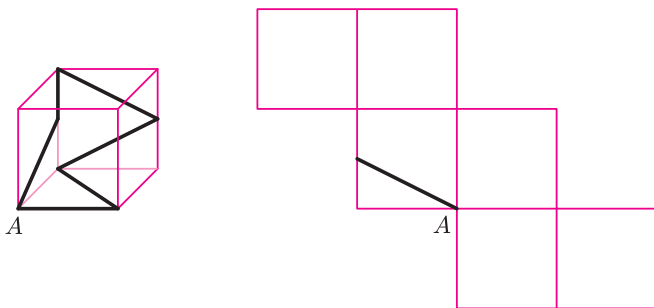
Na każdym z rysunków zaznacz, jak były te kostki ułożone.

- Układamy z zapalek takie figury, które po rozcięciu wzdłuż wszystkich linii utworzonych przez zapalki rozpadłyby się wyłącznie na kwadraty, przy czym takie dwa kwadraty muszą mieć albo wspólny bok, albo róg. Przy użyciu dokładnie 8 zapalek można zbudować dwie takie figury – kwadrat o boku długości dwóch zapalek lub figurę, która rozpada się na 2 kwadraty o bokach długości jednej zapalki.



Na ile kwadratów może rozpaść się figura utworzona z 16 zapalek?

- W talii kart powinny być 52 karty, ale, niestety, kilku kart brakuje. Jeśli rozdać je sześciu osobom po równo, zostaną trzy karty, jeśli rozdać je po równo czterem osobom, zostanie jedna karta, a jeśli rozdać je siedmiu osobom, zostaną znowu trzy karty. Ile kart brakuje w tej talii?
- Największy wspólny dzielnik trzech różnych liczb naturalnych dodatnich jest równy 7. Jaka jest najmniejsza wspólna wielokrotność najmniejszych możliwych takich trzech liczb?
- Na powierzchni sześcianu narysowano pewną linię, zaczynając w punkcie  $A$  i kończąc w tym punkcie. Na zamieszczony poniżej siatce sześcianu zaznaczono już początkowy odcinek tej linii. Dorysuj pozostałe odcinki tej linii.



- Dodajemy pięć kolejnych liczb wybranych spośród liczb  $1, 2, 3, \dots, 20$ .
  - a) Czy otrzymana suma może być podzielna przez 19? Jaki największy możliwy dzielnik pierwszy może mieć taka suma?
  - b) Czy otrzymana suma może być kwadratem liczby parzystej? A sześcianem liczby parzystej?
  - c – trudniejsze) Zbadaj podzielność przez liczbę pierwszą  $p$  sum  $2k - 1$  kolejnych liczb naturalnych ze zbioru  $1, 2, 3, \dots, n$ .

- Trzy przyjaciółki Ala, Ewa i Magda urządzały wspólne przyjęcie urodzinowe. Zapytane, jakie koszty poniosła każda z nich, odpowiedziały: Ala: 40% tego, co w sumie dwie pozostałe, Ewa: 50% tego, co w sumie dwie pozostałe, Magda: 60% tego, co w sumie dwie pozostałe. Czy wszystkie mogły mówić prawdę? (lub trudniej – ile z nich na pewno kłamało?)

- W pola szachownicy o wymiarach  $n \times m$  wpisujemy na przemian liczby 1 i  $-1$ , a następnie obliczamy iloczyny liczb w każdym wierszu i w każdej kolumnie.
  - a) Czy dla  $n$  i  $m$  nieparzystych wśród otrzymanych iloczynów przynajmniej jeden będzie liczbą ujemną?
  - b) Czy dla  $n$  parzystej, a  $m$  nieparzystej można tak umieścić liczby, by dokładnie jeden z iloczynów był liczbą ujemną?
  - c) Czy dla  $n$  i  $m$  parzystych można tak umieścić liczby, by wśród uzyskanych iloczynów była parzysta liczba liczb dodatnich?

- W finałowym spotkaniu grało sześciu graczy, każdy z każdym. Było dokładnie 5 remisów i po podliczeniu uzyskanych punktów wyłoniono jednego zwycięzcę. Za każdą wygraną partię zawodnik otrzymywał 5 punktów, za remis 3 punkty, a za przegraną nie otrzymywał nic. Czy zwycięzca mógł nie wygrać żadnej partii? Czy każdy z graczy uzyskał inną liczbę punktów?

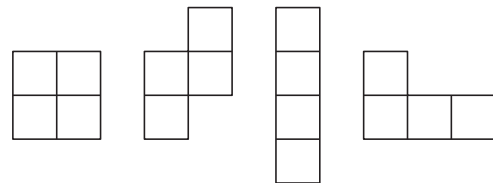
- Wypełniono liczbami tablicę  $n \times m$  (o  $n$  wierszach i  $m$  kolumnach) w ten sposób, by iloczyn liczb w każdej kolumnie był liczbą dodatnią, natomiast w każdym wierszu – liczbą ujemną. Czy wypełnienie takie jest możliwe dla:

- a)  $n = 5$  i  $m = 4$ ,
- b)  $n = 14$  i  $m = 5$ ,
- c)  $n = 12$  i  $m = 12$ .

- Każdy punkt płaszczyzny pomalowano na jeden z czterech różnych kolorów, przy czym każdy kolor został wykorzystany. Czy zawsze istnieje prosta, której punkty są co najmniej w trzech kolorach?

- Czy siatka pewnego czworościanu może być kwadratem? A trójkątem prostokątnym?

- Prostokąt o polu  $4k$ , gdzie  $k > 2$  jest liczbą całkowitą, został całkowicie wypełniony figurami dokładnie dwóch różnych kształtów spośród narysowanych poniżej.



Czy istnieje taki prostokąt i takie jego wypełnienie, że – po zamianieniu jednej z figur na figurę o innym kształcie – powstałym kompletem znów będzie można ten prostokąt wypełnić?

## Na zakończenie przytoczmy kilka wypowiedzi byłych uczestników Pracowni:

*Zajęcia w Pracowni dają motywację i możliwości do rozwoju zainteresowań związanych z matematyką. O ile w szkole matematyka jest zwykłym przedmiotem, a młodzież uczona jest podstaw, które każdy musi znać, o tyle w Pracowni traktowana jest jako źródło rozrywki, a z innymi uczestnikami o podobnych zainteresowaniach można rozwiązywać problemy, a nieraz także i współzawodniczyć.*

### student matematyki i informatyki Uniwersytetu Warszawskiego

*Może trochę przewrotnie to zabrzmiało, ale uczestnictwo w zajęciach prowadzonych przez Pracownię, zraszającą ludzi odznaczających się szerokimi horyzontami, pozwoliło mi nabyć pewności siebie i znacznie pogłębiło mój potencjał intelektualny. I choć medycyna, którą wybrałem na dalszą drogę życia, z pozoru z matematyką nie ma wiele wspólnego, ręczę, że umiejętność logicznego rozumowania jest z nią nieodzownie związana.*

### student medycyny Śląskiego Uniwersytetu Medycznego

*Matematyka w szkole – każdy mniej więcej wie, jak wygląda: trochę lepiej, trochę gorzej, ale zwykle dość szablonowo (na szczęście nie zawsze). Matematyka w Pałacu – niby ta sama, ale jednak pokazana pod nieco innym kątem i – co bardzo ważne – w sympatycznej atmosferze, wygląda inaczej – ciekawiej, bardziej różnorodnie i przystępnie (co, oczywiście, nie oznacza niskiego poziomu merytorycznego, a wprost przeciwnie). I choć wciąż oczywiście pozostaje Nauką przez duże N, opisującą zagadnienia trudne i złożone, to ich zgłębianie w rozmaitych okolicznościach, często podczas zajęć plenerowych, w formie zabawy czy rywalizacji, pozwala odkryć, że rzeczy skomplikowane mogą być zarazem dobrze pojęte, a proces ich pojmowania po prostu fajny.*

### informatyk, absolwent Politechniki Śląskiej

*Oczywistym jest, że zwłaszcza w czasach szkolnych w Pałacu co tydzień (a nawet częściej) zaszczepiano mi dawkę ciekawej matematyki, a także inteligentnej rozrywki. Ale tym, co najbardziej związało mnie z Pracownią, jest poczucie wspólnoty z ludźmi mającymi podobne zainteresowania, która to wspólnota przetrwała poza okres nauki w szkole. Już wcześniej zamieniła się w pewnego rodzaju sztafetę pokoleń, gdzie w liceum pomagaliśmy organizować konkursy dla podstawówek, na studiach dla liceów, magistranci i doktoranci przyjeżdżają z krótkimi prelekcjami na zajęcia, a pracownicy naukowci wychowani w Pracowni oceniają prace uczniów i prowadzą wykłady na pracownianym opus magnum, czyli Ogólnopolskim Sejmiku Matematyków.*

### informatyk, absolwent Uniwersytetu Jagiellońskiego

*Zajęcia przyczyniły się w ogromnym stopniu do rozwoju naszych zainteresowań matematycznych. Uważaliśmy je także za bardzo atrakcyjne towarzystwo. Poza tym, po wielu latach od naszych ostatnich zajęć w grupie licealnej w Pałacu nadal czujemy się związani z Pracownią.*

### małżeństwo matematyków, absolwenci Uniwersytetu Śląskiego

*Po raz pierwszy do Pracowni Matematyki trafiłam 10 lat temu. Cotygodniowe zajęcia były świetną okazją do poszerzenia wiedzy i rozwinięcia umiejętności logicznego myślenia. Sprawily, że matematyka nie nudziła, lecz coraz bardziej mnie fascynowała. Bardzo cenię poznanych w Pracowni ludzi: za inteligencję, poczucie humoru, sposób patrzenia na świat. Cieszę się, że mogłam dorastać w ich towarzystwie.*

### studentka matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego