Mandaty z urny

*Andrzej DĄBROWSKI**

*Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Wrocławski

W Polsce i w wielu krajach wybory do parlamentu są proporcjonalne. Oznacza to, że liczba mandatów przypadających na jeden głos powinna być taka sama dla każdej partii. Gdy w państwie XY oddano 15 głosów na partię A, 7 na partię B i 1 na partię C i do obsadzenia były 23 mandaty – ich przydział jest niezwykle prosty. Gdyby jednak do podziału było 15 mandatów, powstaje problem: partia A powinna dostać $15 \cdot \frac{15}{23} \approx 9{,}78$ mandatu, partia B uzyskać $7 \cdot \frac{15}{23} \approx 4{,}57$ mandatu, partia C otrzymać $1 \cdot \frac{15}{23} \approx 0{,}65$ mandatu.

W rzeczywistych wyborach nigdy nie zdarza się, aby liczba mandatów, uzyskana z proporcjonalnego przydziału, była liczbą całkowitą. Komisja wyborcza jest zobowiązana jednak przydzielić całkowitą liczbę mandatów. W wyborach 2007 roku w Polsce oddano na partie, które przekroczyły próg 5%, 15 445 106 głosów. Partia PSL, która zdobyła 1 437 638 głosów, otrzymała 31 mandatów zamiast proporcjonalnie 42,72. Dlaczego?

W wyborach do Sejmu[1] podziałem mandatów rządzi system D'Hondta[2]. Liczby głosów oddanych na każdą partię dzieli się przez kolejne liczby naturalne 1, 2, ... i mandaty przydziela się według wielkości uzyskanych ilorazów, aż do ich wyczerpania.

15 największych ilorazów w wyborach w XY (system D'Hondta)

dzielnik	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
A	**15,00**	**7,50**	**5,00**	**3,75**	**3,00**	**2,50**	**2,14**	**1,88**	**1,67**	**1,50**
B	**7,00**	**3,50**	**2,33**	**1,75**	**1,40**	1,17	1,00	0,88	0,78	0,70
C	1,00	0,50	0,33	0,25	0,20	0,17	0,14	0,13	0,11	0,10

daje wynik: A – 10 mandatów, B – 5 mandatów i C – 0 mandatów.

Czy taka procedura ma jakieś racjonalne uzasadnienie? A może inna procedura jest lepsza? W Niemczech[3] stosowana jest metoda Sainte-Laguë[4], w której głosy dzieli się przez kolejne liczby nieparzyste.

15 największych ilorazów w wyborach w XY (system Sainte-Laguë)

dzielnik	**1**	**3**	**5**	**7**	**9**	**11**	**13**	**15**	**17**	**19**
A	**15,00**	**5,00**	**3,00**	**2,14**	**1,67**	**1,36**	**1,15**	**1,00**	**0,88**	**0,79**
B	**7,00**	**2,33**	**1,40**	**1,00**	0,78	0,64	0,54	0,47	0,41	0,37
C	**1,00**	0,33	0,20	0,14	0,11	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05

daje wynik: A – 10 mandatów, B – 4 mandaty i C – 1 mandat.

W Stanach Zjednoczonych obowiązuje[5] przy podziale mandatów do Izby Reprezentantów dla poszczególnych stanów system Huntingtona–Hilla. Polega on na dzieleniu liczby mieszkańców stanów przez $\sqrt{1 \cdot 2}$, $\sqrt{2 \cdot 3}$, $\sqrt{3 \cdot 4}$, ... i przydziale kolejnych mandatów według wielkości ilorazu[6]. Co łączy te i inne[7] systemy przydziału mandatów? Który z nich jest najlepszy? Pierwszy system przydziału mandatów pochodzi z roku 1852 (system Hamiltona). Niech P_k będzie liczbą głosów oddanych na partię k, S – liczbą mandatów do podziału, $P = \sum_k P_k$ – łączną liczbą oddanych głosów, $S_k = \left\lfloor P_k \frac{S}{P} \right\rfloor$ – liczbą mandatów przydzielonych partii k według zasady proporcjonalności[8]. Wtedy $\sum_k S_k \leqslant S$. Gdy $\sum_k S_k < S$, brakujące mandaty przydziela się według kolejności reszt $P_k \frac{S}{P} - S_k$.

Metoda ta uważana była za niezawodną, dopóki w 1880 roku nie pojawił się paradoks Alabamy. Po zwiększeniu liczby miejsc w Izbie Reprezentantów Alabama straciła mandaty, które miała przy mniejszej liczebności Izby. Oto prosty przykład, że w systemie Hamiltona jest to możliwe. Na partię A oddano 5 głosów, na B – 3 i na C – 1 głos. Przy 4 mandatach partie otrzymają, według systemu Hamiltona, 2, 1, 1 mandatów[9]. Gdy liczba mandatów zwiększy się do 5, partie otrzymają 3, 2, 0 mandatów, a więc partia C straci mandat...

System Hamiltona nie zachowuje też monotoniczności względem liczby głosów: partia A mogła stracić mandaty, a partia B – nie stracić, mimo że A zwiększyła, a B zmniejszyła liczbę głosów:

	Pierwsze głosowanie		Drugie głosowanie	
	głosy	mandaty	głosy	mandaty
A	16	2	17	1
B	29	3	28	3
C	55	5	59	6
razem	100	10	104	10

Zaczęto więc poszukiwać systemu przydziału mandatów bez tych wad.

[1] ale również w wyborach do samorządu terytorialnego i Parlamentu Europejskiego.

[2] Victor D'Hondt (1841–1901), belgijski prawnik, profesor prawa cywilnego i matematyki.

[3] również m.in. w Danii, Szwecji, Norwegii i w 2001 roku w Polsce.

[4] André Sainte-Laguë (1882–1950), francuski matematyk, pionier teorii grafów.

[5] wprowadzony przez prezydenta Roosevelta w 1941 roku; raport o optymalności tej metody przygotowali matematycy: H.M. Morse, L. Eisenhart i J. von Neumann.

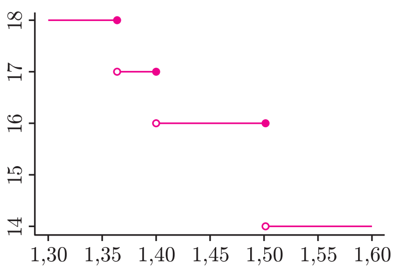
[6] po uprzednim przydzieleniu każdemu stanowi po jednym mandacie (wymóg konstytucyjny).

[7] Adamsa, Deana, logarytmiczny, identryczny, duński, imperiali, zmodyfikowany D'Hondta...

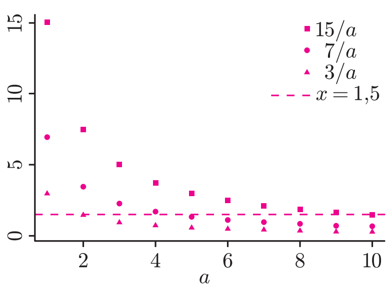
[8] w zaokrągleniu do liczby całkowitej.

[9] $5 \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{9}$, $3 \cdot \frac{4}{9} = \frac{12}{9}$, $1 \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{9}$.

$\lfloor \frac{15}{1{,}4} \rfloor + \lfloor \frac{7}{1{,}4} \rfloor + \lfloor \frac{1}{1{,}4} \rfloor = 10 + 5 + 0 = 15$. Łatwo zauważyć, że w metodzie podziałowej jest to jedyny układ mandatów (10, 5, 0). Skala x nie jest jednak jednoznaczna: $\frac{15}{11} < x \leqslant \frac{7}{5}$.



Dla $x \leqslant 1{,}5$ funkcja $\lfloor \frac{15}{x} \rfloor + \lfloor \frac{7}{x} \rfloor + \lfloor \frac{3}{x} \rfloor$ ma wartość co najmniej 16, a dla $x > 1{,}5$ – co najwyżej 14.



Idealny system podziału $S_1, S_2, \ldots, S_l$ $\left(\sum_{k=1}^{l} S_k = S\right)$ powinien spełniać warunek

1. $\lfloor P_k \frac{S}{P} \rfloor \leqslant S_k \leqslant \lfloor P_k \frac{S}{P} \rfloor + 1$ (doskonały podział).

Ponadto, dla dwóch głosowań, odpowiednio z liczbą głosów $P_1, P_2, \ldots, P_l$ i $P_1^*, P_2^*, \ldots, P_l^*$ oraz z liczbą mandatów $S_1, S_2, \ldots, S_l$ i $S_1^*, S_2^*, \ldots, S_l^*$, powinny być spełnione warunki

2. Dla każdego k, jeśli $S^* > S$ i $P_k^* = P_k$, to $S_k^* \geqslant S_k$ (monotoniczność względem mandatów – to wyklucza paradoks Alabamy);

3. Jeśli $S = S^*$, $P_i < P_i^*$, $P_j > P_j^*$ oraz $S_j \leqslant S_j^*$, to $S_i \leqslant S_i^*$ (monotoniczność względem głosów).

Metoda Hamiltona oparta jest na podziale $S_k = \left\lfloor P_k \frac{S}{P} \right\rfloor$. Niestety, zazwyczaj $\sum_k S_k < S$, a przydział brakujących mandatów według największej reszty jest źródłem paradoksów.

Naturalnym uogólnieniem metody Hamiltona jest metoda dzielnikowa. Partii k przydziela się liczbę mandatów według wzoru $S_k = \left\lfloor \frac{P_k}{x} \right\rfloor$. Skala x jest tak dobrana, że

$$(*) \qquad \left\lfloor \frac{P_1}{x} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{P_2}{x} \right\rfloor + \ldots + \left\lfloor \frac{P_l}{x} \right\rfloor = S.$$

Metoda dzielnikowa, jeśli może być stosowana, spełnia postulaty monotoniczności 2 i 3.

W wyborach XY z 15 mandatami, jeśli przyjąć skalę $x = 1{,}4$, partie A, B, C otrzymają 10, 5, 0 mandatów. Niestety, równanie $(*)$ nie zawsze ma rozwiązanie. Na przykład, nie ma rozwiązania równanie $\left\lfloor \frac{15}{x} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{7}{x} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{3}{x} \right\rfloor = 15$ (patrz rysunek).

Metodę podziałową można uratować, wprowadzając funkcję $\langle u \rangle$ o wartościach całkowitych, bliskich $\lfloor u \rfloor$, taką, aby każde równanie

$$\left\langle \frac{P_1}{x} \right\rangle + \left\langle \frac{P_2}{x} \right\rangle + \ldots + \left\langle \frac{P_l}{x} \right\rangle = S$$

miało rozwiązanie.

Niech $\langle u \rangle = a$ dla $a \leqslant u \leqslant a + 1$.[10] Wtedy $\langle u \rangle$ ma takie same wartości jak $\lfloor u \rfloor$, z wyjątkiem dwukrotnych wartości dla liczb całkowitych: $\langle a \rangle = a$ lub $\langle a \rangle = a - 1$.

Ponieważ $\left\langle \frac{Q}{x} \right\rangle = a$ dla $\frac{Q}{a+1} \leqslant x \leqslant \frac{Q}{a}$, więc wartość a jest liczbą kolejnych ilorazów $\frac{Q}{1}, \frac{Q}{2}, \frac{Q}{3}, \ldots$ co najmniej równych x.

Podział 15 mandatów między 3 partie, które uzyskały 15, 7 i 3 głosy, polega na znalezieniu takiej wartości x, że dla naturalnych S_1, S_2, S_3 zajdą warunki

$$\frac{15}{S_1 + 1} \leqslant x \leqslant \frac{15}{S_1}, \quad \frac{7}{S_2 + 1} \leqslant x \leqslant \frac{7}{S_2}, \quad \frac{3}{S_3 + 1} \leqslant x \leqslant \frac{3}{S_3}, \quad S_1 + S_2 + S_3 = 15,$$

a więc szukamy kolejnych ilorazów $\frac{15}{1}, \frac{7}{1}, \frac{3}{1}, \frac{15}{2}, \frac{7}{2}, \frac{3}{2}, \frac{15}{3}, \frac{7}{3}, \frac{3}{3}, \ldots$, co najmniej równych takiej wartości x, aby liczba tych ilorazów była równa 15. Najlepiej uporządkować je nierosnąco: $\frac{15}{1}, \frac{15}{2}, \frac{7}{1}, \frac{15}{3}, \frac{15}{4}, \frac{7}{2}, \ldots$ Problem niejednoznaczności powstaje przy kolejnej parze ilorazów: $\frac{15}{5}, \frac{3}{1}$. Gdy liczba oddanych głosów na każdą partię jest inna[11], to można się umówić, że pierwszeństwo ma iloraz o mniejszym mianowniku. Ilorazy 15 i 16 to $\frac{3}{2}$ i $\frac{15}{10}$. Ostatni mandat zostanie przydzielony partii C zgodnie z zasadą mniejszego mianownika. Partia A otrzyma 9 mandatów, B dostanie 4 mandaty i C uzyska 2 mandaty. Uważny Czytelnik zauważy, że algorytm oparty na tej modyfikacji funkcji $\lfloor u \rfloor$ jest metodą D'Hondta[12]. I skala x nie jest do niczego potrzebna!

Metodę D'Hondta można w naturalny sposób uogólnić:

$$\langle u \rangle = a \ \text{ dla } \ d(a-1) \leqslant u \leqslant d(a), \quad \text{ gdzie } \ a \leqslant d(a) \leqslant a + 1.$$ [13]

Jeśli $d(a)$ jest średnią arytmetyczną z a i $a + 1$, czyli gdy $d(a) = a + \frac{1}{2}$, wtedy $\langle u \rangle$ jest zaokrągleniem u do najbliższej liczby naturalnej.[14] Przydział mandatów odbywa się, podobnie jak w metodzie D'Hondta, poprzez podzielenie liczby głosów kolejno przez $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \ldots$ i wybranie S pierwszych największych ilorazów.[15] Taki sam rezultat otrzymamy, dzieląc przez 1, 3, 5, …, co prowadzi do metody Sainte-Laguë. Dla liczby głosów 15, 7, 1 podział mandatów w metodzie D'Hondta jest jak $10 : 5 : 0$, w metodzie zaś Sainte-Laguë jak $10 : 4 : 1$. Metoda ta sprzyja małym partiom, gdyż dzielnik $d(a) = a + 1$ dla metody D'Hondta jest większy od dzielnika $d(a) = a + \frac{1}{2}$ dla metody Sainte-Laguë. Z kolei średnia geometryczna $d(a) = \sqrt{a(a+1)}$ jest podstawą metody Huntingtona–Hilla, która jeszcze bardziej sprzyja małym partiom, gdyż, jak wiadomo, $\sqrt{a(a+1)} < a + \frac{1}{2} < a + 1$. Nie dziwi więc, że różne propozycje metod podziału mandatów związane są z różnymi średnimi z a i $a + 1$.

[10] dla takiego $\langle u \rangle$ równanie
$$\langle \tfrac{15}{x} \rangle + \langle \tfrac{7}{x} \rangle + \langle \tfrac{3}{x} \rangle = 15$$
ma rozwiązanie $x = \frac{3}{2}$.

[11] w praktyce zawsze się tak zdarza.

[12] w Stanach Zjednoczonych nazywaną metodą Jeffersona.

[13] w metodzie D'Hondta $d(a) = a + 1$.

[14] trzeba przyjąć $d(-1) = 0$.

[15] z przyjęciem zasady mniejszego mianownika w przypadku równych ilorazów.

Oto lista niektórych metod, od najbardziej do najmniej sprzyjających małym partiom.

Metoda	Adamsa	duńska	Deana	Hilla	Sainte-Laguë	D'Hondta
$d(a)$	a	$\frac{2}{3}a+\frac{1}{3}(a+1)$	$\dfrac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{a+1}}$	$\sqrt{a(a+1)}$	$\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}(a+1)$	$a+1$
średnia	minimum	ważona	harmoniczna	geometryczna	arytmetyczna	maksimum

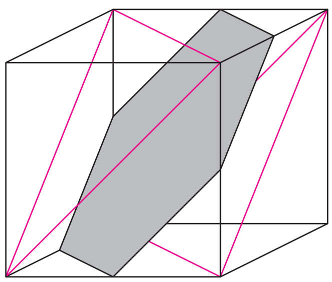
Metoda duńska jest równoważna serii podzielników 1, 4, 7, 10, ..., a Sainte-Laguë serii 1, 3, 5, 7, ...

Średnia minimum wyznacza $\lfloor u \rfloor$, a maksimum $\lceil u \rceil$; średnia ważona jest z wagami 2/3 i 1/3.

Głosy oddane na partie dzieli się kolejno przez $d(0)$, $d(1)$, $d(2)$, ..., a mandaty przydziela się według kolejnych ilorazów.[16]

Podziałowe metody przydziału mandatów spełniają oba postulaty monotoniczności, ale nie spełniają postulatu doskonałego podziału.[17]

Nie ma, niestety, jednoznacznego kryterium pozwalającego wybrać metodę przydziału mandatów. Wszystkie metody są prawie idealnie proporcjonalne, ale każda w innym rozumieniu sformułowania „prawie idealne”, co prowadzi do innego podziału mandatów.



Sześcian ma talię.

Niech S_j będzie liczbą mandatów przydzielonych partii j za pomocą danej metody ($j = 1, 2, \ldots, l$). Dla ustalonego k niech $S_1^*, \ldots, S_{k-1}^*, S_{k+1}^*, \ldots, S_l^*$ będzie *dowolnym* podziałem mandatów wśród pozostałych partii. Wtedy niezależnie od k, dla każdego $j \neq k$

- dla metody D'Hondta: $\left|S_k - P_k\dfrac{S_j}{P_j}\right| \leqslant \left|S_k - P_k\dfrac{S_j^*}{P_j}\right|$

(przydział mandatów dla dowolnej partii j wyznacza najlepszy proporcjonalnie przydział mandatów dla partii k),

- dla metody Adamsa: $\left|S_j - P_j\dfrac{S_k}{P_k}\right| \leqslant \left|S_j^* - P_j\dfrac{S_k}{P_k}\right|$

(przydział mandatów dla partii k wyznacza najlepszy proporcjonalnie przydział mandatów dla każdej partii),

- dla metody Sainte-Laguë: $\left|\dfrac{S_k}{P_k} - \dfrac{S_j}{P_j}\right| \leqslant \left|\dfrac{S_k}{P_k} - \dfrac{S_j^*}{P_j}\right|$

(liczba mandatów przypadających na jeden głos oddany na dowolną partię j leży najbliżej liczby mandatów przypadających na jeden głos oddany na partię k),

- dla metody Deana: $\left|\dfrac{P_k}{S_k} - \dfrac{P_j}{S_j}\right| \leqslant \left|\dfrac{P_k}{S_k} - \dfrac{P_j}{S_j^*}\right|$

(liczba głosów przypadających na jeden mandat dla partii j leży najbliżej liczby głosów przypadających na jeden mandat dla partii k),

- dla metody Huntingtona–Hilla: $\left|\dfrac{\frac{S_k}{P_k}}{\frac{S_j}{P_j}} - 1\right| \leqslant \left|\dfrac{\frac{S_k}{P_k}}{\frac{S_j^*}{P_j}} - 1\right|$

(iloraz liczby mandatów[18] przypadających na jeden głos oddany na partię k i liczby mandatów przypadających na jeden głos oddany na dowolną partię j jest najbardziej wyrównany[19]).

Metody Adamsa i D'Hondta mają jeszcze dwie ciekawe własności. Liczba $\max\left\{\frac{S_1}{P_1}, \frac{S_2}{P_2}, \ldots, \frac{S_l}{P_l}\right\}$ wskazuje liczbę mandatów przypadających na jeden głos dla partii najbardziej wyróżnionej w systemie.[20] System D'Hondta gwarantuje, że ta przewaga jest najmniejsza. Liczba $\max\left\{\frac{P_1}{S_1}, \frac{P_2}{S_2}, \ldots, \frac{P_l}{S_l}\right\}$ wskazuje liczbę głosów przypadających na jeden mandat dla partii najmniej wyróżnionej w systemie.[21] System Adamsa gwarantuje, że ten wskaźnik ma wartość najmniejszą.

Metoda D'Hondta sprzyja tworzeniu koalicji – suma mandatów dla dwóch partii jest mniejsza lub równa liczbie mandatów po połączeniu tych partii. Metoda Adamsa sprzyja podziałowi partii – liczba mandatów dla partii jest mniejsza lub równa sumie mandatów dla dwóch nowych partii po jej rozdzieleniu.

Epilog

W ostatnich wyborach parlamentarnych z 9 października 2011 roku próg 5% przekroczyło 5 partii. Poniższa tabela przedstawia rozkład głosów i podział 459 mandatów[22] w skali ogólnopolskiej według różnych metod.

partia	głosy	%	podział %	Hamiltona	Adamsa	duńska	Deana	Hilla	Sainte-Laguë	D'Hondta
PO	5629773	40,9	187,9	188	188	188	188	188	188	188
PiS	4295016	31,2	143,4	143	143	143	143	143	143	144
RP	1439490	10,5	48,1	48	48	48	48	48	48	48
PSL	1201628	8,7	40,1	40	40	40	40	40	40	40
SLD	1184303	8,6	39,5	40	40	40	40	40	40	39

[16] Przy równych ilorazach mandat przydziela się partii o mniejszym mianowniku w ilorazie. Gdy $d(0) = 0$, wszystkim partiom przydziela się po jednym mandacie.

[17] patrz przytoczony na początku artykułu wynik PSL w wyborach 2007 roku.

[18] nazywany stosunkiem szans (ang. *odds ratio*).

[19] dlatego metoda Huntingtona–Hilla nazywa się metodą równych proporcji.

[20] w wyborach 2007 roku taką partią był PiS z 3,2 mandatu na 100 tys. głosów.

[21] w wyborach 2007 roku taką partią był PSL z 46 tys. głosów na jeden mandat.

[22] jeden mandat przypadł Mniejszości Niemieckiej.

Jak widać, nie ma istotnej różnicy. Jedyna i to nieznaczna różnica występuje w metodzie D'Hondta.

Zaskoczonych różnicami między zawartością tabeli a składem Sejmu spieszymy poinformować, że zgodnie z obowiązującymi przepisami, mandaty rozdziela się w komisjach wyborczych.[23] Oto jak wygląda ten podział według różnych metod:

	Metoda					
partia	Adamsa	duńska	Deana	Hilla	Sainte-Laguë	D'Hondta
PO	185	191	191	191	198	207
PiS	147	153	153	154	153	157
RP	58	52	52	52	48	40
PSL	36	32	32	32	32	28
SLD	33	31	31	30	28	27

Różnica między metodą najbardziej[24] a najmniej[25] sprzyjającą małym partiom jest znaczna: PO i PiS zyskują na obowiązującej metodzie 22 i 10 mandatów, a RP, PSL i SLD tracą 18, 8 i 6 mandatów.

Metody: duńska, Deana i Hilla dają praktycznie te same rezultaty.

Istotnie inny podział mandatów przedstawia umiarkowanie sprzyjająca małym partiom metoda Sainte-Laguë.

Ciekawym parametrem jest efektywność głosowania, wyrażona liczbą mandatów uzyskanych ze 100 tys. oddanych głosów.

partia	głosy	metoda D'Hondta	efektywność
PO	5629773	207	3,68
PiS	4295016	157	3,66
RP	1439490	40	2,78
PSL	1201628	28	2,33
SLD	1184303	27	2,28

Jak wiadomo, metoda D'Hondta minimalizuje różnicę między największą a najmniejszą efektywnością.

[23] w tych wyborach było 41 komisji.

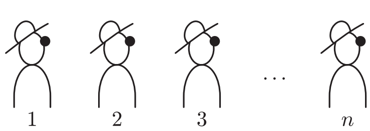
[24] metoda Adamsa.

[25] metoda D'Hondta, obowiązująca w Polsce.

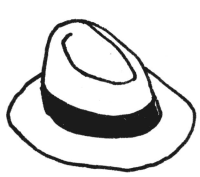
O kapeluszach i pewnym pewniku

Tomasz IDZIASZEK

O ciekawych problemach związanych z kapeluszami pisaliśmy już w *Delcie* nie raz, ale że dobrego nigdy za wiele, napiszemy też i w tym numerze, tyle że inaczej. Sytuacja jest następująca: w rzędzie stoi n osób i każdej z nich nałożony został na głowę biały lub czarny kapelusz. Każda widzi kapelusze tych osób, które stoją przed nim, zatem pierwsza osoba widzi kapelusze wszystkich pozostałych, natomiast ostatnia osoba nie widzi żadnego (rysunek). Oczywiście, nikt nie widzi swojego kapelusza i w tym cała zabawa, gdyż zadaniem każdej z osób jest odgadnięcie, jakiego koloru kapelusz ma na głowie. Uczestnicy zabawy odgadują po kolei, począwszy od pierwszej osoby w rzędzie, i każdy słyszy odpowiedzi poprzedników. Uznajemy, że się udało, jeśli błędnej odpowiedzi udzieliła nie więcej niż jedna osoba. A jak to z zabawami bywa, warto, by były udane. Z tego też powodu uczestnicy, przed nałożeniem kapeluszy na ich głowy, mogą się naradzić i ustalić wspólną strategię postępowania.



W tym momencie zachęcamy Czytelników do przerwania lektury i zastanowienia się, dla jakich n istnieje strategia gwarantująca wygraną.



Spróbujmy w następujący sposób: pierwsza osoba, nieważne, jak będzie się starać, ma 50% szans na odgadnięcie koloru swojego kapelusza. W pesymistycznym przypadku musimy więc założyć, że udzieli błędnej odpowiedzi i tym samym wykorzysta cały dostępny limit pomyłek.