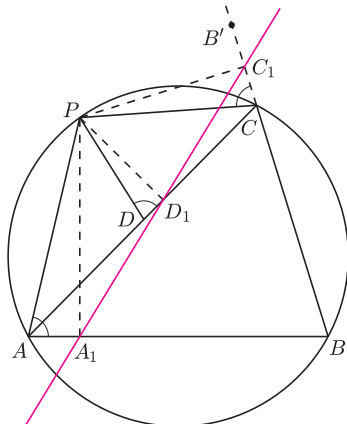
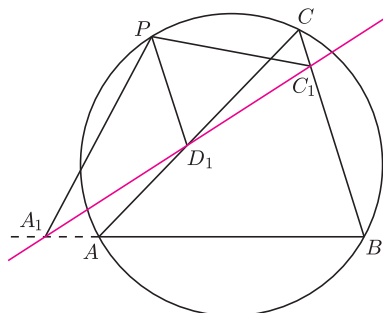


Rys. 1. Jedna z bardziej egzotycznych konfiguracji.



Rys. 2



Rys. 3



Rozwiązanie zadania F 795.

Rozważmy kulę o środku w źródle światła i promieniu r . Kulę dzielimy za pomocą współśrodkowych sfer na N części o jednakowej grubości $\frac{r}{N}$. W k -tej części, licząc od środka, znajduje się $m = 4\pi \left(\frac{kr}{N}\right)^2 \cdot \frac{r}{N} \cdot n$ drobin pyłu, które zasłaniają powierzchnię mA , czyli $\frac{nA}{N}$ całości powierzchni sfery. Drobin w różnych warstwach ustawione są przypadkowo i niezależnie od siebie, więc całkowita niezasłonięta powierzchnia to $\left(1 - \frac{nA}{N}\right)^N$ całej sfery, co po przejściu do granicy $N \rightarrow \infty$ daje $e^{-r/nA}$. Po podzieleniu na jednostkę powierzchni otrzymujemy

$$I = \frac{I_0}{r^2} e^{-r/nA}.$$

[1] Event Horizon Telescope, <http://www.haystack.mit.edu/ast/uvlbi/mm/eht.html>

O prostej Simsona raz jeszcze

Myślę, że niemal każdy Czytelnik miał okazję się z nią spotkać. Załóżmy, że mamy dany trójkąt, i wybierzmy dowolny punkt P z okręgu na nim opisanego. Wówczas rzuty prostokątne punktu P na proste zawierające boki danego trójkąta leżą na jednej prostej zwanej *prostą Simsona*. Chyba najbardziej typowym dowodem tego faktu jest rachunek na kątach. Jednakże rozumowanie to ma pewną wadę: istnieje wiele możliwych konfiguracji (np. ta na rysunku 1, dość egzotyczna) i, aby je objąć jednym rachunkiem, trzeba uciec się do kątów skierowanych, co bywa nieczytelne dla osób niewprawionych w tego typu rozumowaniach. Istnieje jednak bardzo sprytny, krótki i przejrzysty dowód tego faktu, niewymagający ani kątów czy odcinków skierowanych, ani pracochłonnego rozważania wielu konfiguracji – oto on.

Przyjmijmy, że punkt P leży na łuku AC niezawierającym punktu B okręgu opisanego na danym trójkącie ABC . Jeśli B' jest punktem leżącym na prostej BC po przeciwnej stronie punktu C niż punkt B , to zachodzi równość $\sphericalangle PAB = \sphericalangle PCB' = \alpha$. Niech D będzie takim punktem na prostej AC , że $\sphericalangle PDC = \alpha$. Oznaczając odpowiednio przez A_1, D_1, C_1 rzuty prostokątne punktu P na proste AB, AC, BC , stwierdzamy, że trójkąty prostokątne APA_1, DPD_1, CPC_1 są podobne (rys. 2). Mają więc taki sam kąt przy wierzchołku P równy β i stosunek przyprostokątnej przy wierzchołku P do przeciwprostokątnej równy $\cos \beta$. Rozważmy przekształcenie będące złożeniem obrotu względem P o kąt β (w kierunku od przeciwprostokątnej do przyprostokątnej) z jednokładnością o skali $\cos \beta$ i środkiem w tym samym punkcie. Przekształcenie to jest podobieństwem, więc w szczególności obrazem każdej prostej jest prosta. Skoro punkty A, D i C są współliniowe, to ich obrazy A_1, D_1 i C_1 również, co kończy dowód.

Czytelnik Wnikliwy bez trudu zauważy, że jeśli zamiast rzutów prostokątnych weźmiemy „rzuty pod kątem γ ” (wszystkie kąty tak samo zorientowane, zobacz rysunek 3), to one również będą leżały na jednej prostej i powyższy dowód bez trudu przenosi się na uogólnione zadanie.

Michał KIEZA

Prosto z nieba: Gromada galaktyk w Pannie

Astronomowie zajmują się badaniem nie tylko tego, co widzialne, ale również, a może przede wszystkim, tego, czego nie da się w prosty sposób dostrzec gołym okiem na nieboskłonie. We wrześniu Słońce znajduje się w okolicach gwiazdozbioru Panny, największego z zodiakalnych gwiazdozbiorów i drugiego co do wielkości na niebie. Okres najlepszej widoczności Panny w Polsce przypada co prawda na wiosnę, wspominamy o tym gwiazdozbiorze obecnie dlatego, że oprócz wielu ciekawych gwiazd widocznych gołym okiem (jak np. Spica, α Virginis) zawiera również obiekty słabo widoczne, lecz bardzo interesujące – na styku gwiazdozbiorów Panny i Warkocza Bereniki znajduje się np. gromada galaktyk, zwana gromadą Virgo. Wspólnie z Lokalną Gromadą galaktyk, do której należy nasza Droga Mleczna, są składnikami tak zwanej Supergromady galaktyk. Gromada Virgo znajduje się w odległości około 20 Mpc od Drogi Mlecznej, składa się z paru tysięcy galaktyk, których całkowita masa szacowana jest na $10^{15} M_{\odot}$. Jest głównym celem poszukiwaczy fal grawitacyjnych, oczekujących nadejścia ekstremalnie małych zaburzeń czasoprzestrzeni za pomocą kilometrowej długości interferometrów, amerykańskiego LIGO i europejskiego Virgo. Detektory są obecnie w okresie dynamicznego rozwoju i przebudowy, która ma znacząco poprawić ich czułość – w ciągu następnych pięciu lat spodziewamy się zatem wielu bezpośrednich detekcji fal grawitacyjnych pochodzących ze zlewających się układów podwójnych gwiazd neutronowych lub czarnych dziur.

Oprócz ekscytującej przyszłości otwierającej się przed badaczami czasoprzestrzeni, gromada w Pannie oferuje również inne atrakcje: galaktyka M87 (Messier 87, zwana Virgo A) zawiera wg ostatnich pomiarów najmaszywniejszą znaną galaktyczną czarną dziurę: $6,6 \cdot 10^9 M_{\odot}$. Obliczywszy rozmiar jej horyzontu, czyli promień Schwarzschilda ($r_s = 2GM/c^2$), można przekonać się, że bez trudu pomieściłaby w swoim wnętrzu cały Układ Słoneczny. Jest ona tak okazała, że wydaje się teoretycznie możliwe zaobserwowanie jej obrysu za pomocą sieci radioteleskopów [1], rozmieszczonych na powierzchni Ziemi. Osiągnięcie wymaganej rozdzielczości (rzędu mikrosekundy łuku) i obserwacja „cienia” czarnej dziury byłoby jednocześnie wielkim sukcesem inżynieryjnym i ogromnym sukcesem ogólnej teorii względności – pierwszą **bezpośrednią** obserwacją horyzontu.

Michał BEJGER