



Wykłady popularne z matematyki

Począwszy od wiosny 2010 r., SEM wspólnie z Centrum Studiów Zaawansowanych Politechniki Warszawskiej organizuje na PW zajęcia dla uczniów.

Wykłady popularne z matematyki adresowane są do licealistów, studentów, nauczycieli i innych pasjonatów. Organizowane są w sesjach po trzy, każdy wykład trwa 45 minut. Tematy dotychczasowych czterech sesji:

- *O przekątnych wielokątów foremnych, Zastosowanie nierówności między średnimi w geometrii oraz Paradoxy logiczne,*
- *Inne geometrie, Grafy oraz Sieci izogonalne i równowaga ładunków na sferze,*
- *Sumy nieskończone, Twierdzenie Halla oraz O pewnym zadaniu geometrycznym,*
- *Co widać w bazgrołach?, Parkietaż Penrose'a oraz Kolorowa kryptografia.*

Najbliższe Wykłady planowane są na jesień 2011 r.

Przykłady zagadnień omawianych na zajęciach

Podzielność, liczby pierwsze i złożone

1. Czy kasjer może wydać 20 zł siedmioma monetami o wartości 1 zł i 5 zł?
2. Czy istnieją różne liczby pierwsze p, q, r takie, że liczba $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r}$ jest naturalna?

Gry i strategie wygrywające

3. Kot Bonifacy siedzi na pierwszym, najniższym szczeblu drabiny, kot Filemon na jedenastym. Grają w grę: na przemian przemieszczają się o jeden lub dwa szczeble, Bonifacy do góry, Filemon do dołu. Przegra ten, który nie będzie mógł wykonać ruchu (nie wolno przeskakiwać przeciwnika ani stawać na zajmowanym przez niego szczeblu). Zaczyna Bonifacy. Czy któryś kot może grać tak, by zapewnić sobie zwycięstwo?
4. Dwaj gracze ustawiają na przemian na szachownicy 8×8 wieże, tak by żadne dwie z nich się nie biły (wieża atakuje wszystkie pola w swoim wierszu i w swojej kolumnie, gracze mają duży zapas wież). Przegra ten z graczy, który jako pierwszy nie będzie mógł postawić kolejnej wieży. Który gracz (rozpoczynający czy drugi) może zawsze wygrać?

Twierdzenie Halla

5. Na balu spotkało się n pań i n panów, niektórzy są zaznajomieni. Jakie warunki muszą być spełnione, by mogli dobrać się do tańca w pary, w których się znają?

Kółka matematyczne dla gimnazjalistów i licealistów odbywają się co kilka tygodni, każde trwa około 1,5 godziny. Dotychczasowe tematy:

- *Różne sposoby mierzenia odległości (LO),*
- *Gry i strategie wygrywające (LO),*
- *Podzielność, liczby pierwsze i złożone (GIM),*
- *Środek ciężkości układu punktów z masami (LO),*
- *Przekształcenia geometryczne (GIM).*

Chętnie zorganizujemy kółko „na zamówienie”: dla określonej grupy uczniów, w dogodnym dla tej grupy terminie i na umówiony temat.

Zapraszamy!

Rozwiązania zadań

R1. Nie. Suma nieparzystej liczby nieparzystych liczb musi być nieparzysta, nie może być równa 20. \square

R2. Przypuśćmy, że $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = k \in \mathbb{N}$. Pomnóżmy obie strony równania przez pqr . Wtedy $qr + pr + pq = kpqr$, więc $qr = p(kqr - r - q)$. Stąd qr dzieli się przez p , sprzeczność. Zatem liczby p, q, r o żądanych własnościach nie istnieją. \square

R3. Tak, Filemon zawsze może wygrać. Początkowo liczba szczebli pomiędzy kotami równa jest 9. Filemon powinien grać tak, by po każdym jego ruchu liczba ta była podzielna przez 3. Może to zapewnić: jeśli Bonifacy ruszy się o dwa szczeble, Filemon rusza się o jeden i na odwrót. Wtedy zero szczebli, oznaczające koniec gry, nastąpi po ruchu Filemona, więc to Bonifacy nie będzie mógł się ruszyć i przegra. \square

R4. Ta gra zawsze kończy się po dokładnie 8 ruchach (dlaczego?) – przegrywa gracz rozpoczynający. \square

R5. Każdy pan musi znać jakąś panią, inaczej nie znajdzie partnerki. Każdych dwóch panów musi znać łącznie co najmniej dwie panie – jeśli znają tylko jedną, to jeden z nią zatańczy, a drugi zostanie bez pary. Każdych trzech panów musi znać łącznie co najmniej trzy panie i tak dalej, każdych k panów musi znać łącznie co najmniej k pań.

Czy jeśli powyższe warunki są spełnione, to już wystarczy i na pewno uczestnicy balu mogą dobrać się w pary? Tak, to właśnie orzeka twierdzenie Halla, którego dowód i zastosowania były tematem wykładu. \square

Joanna JASZUŃSKA

Szczegóły o dotychczasowych Wykładach i kółkach, informacje o planowanych zajęciach i dane kontaktowe znaleźć można na stronach SEMu oraz www.csz.pw.edu.pl (w dziale *Dla uczniów*).