



Rozwiązanie zadania F 788.

Ciecz znajdująca się w silnie niejednorodnym polu elektrycznym w pobliżu okładek ulegnie polaryzacji i będzie wciągana w przestrzeń pomiędzy płytkami. Wzrost energii potencjalnej słupa cieczy kompensuje spadek energii pola między okładkami kondensatora. Zgodnie z prawem zachowania energii:

$$\frac{q^2}{2C_0} = \frac{q^2}{2C} + \frac{mgh}{2}.$$

Pojemności wynoszą $C_0 = \epsilon_0 ab/d$,

$$C = \epsilon_0 b[a + (\epsilon - 1)h]/d$$

(p. zadanie F 787), masa między okładkami to $m = \rho bhd$. Ładunek na okładkach jest równy $q = \varphi_0 C_0 = \epsilon_0 \varphi_0 ab/d$. Stąd otrzymujemy:

$$h^2 + \frac{a}{\epsilon - 1}h - \frac{\epsilon_0 a \varphi_0^2}{\rho g d^2} = 0.$$

Dodatknie rozwiązanie tego równania daje szukaną wartość wysokości, na którą wznieś się ciecz:

$$h = \frac{a}{2(\epsilon - 1)} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4\epsilon_0(\epsilon - 1)\varphi_0^2}{\rho d^2 ag}} \right].$$

*Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
Uniwersytetu Kardynała
Stefana Wyszyńskiego

Przychodzi filmowiec do fizyka

Szymon CHARZYŃSKI*

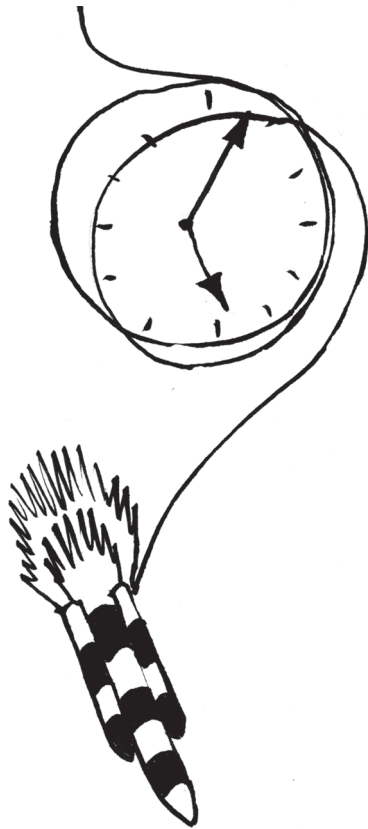
Czy człowiek o racjonalnym nastawieniu do świata powinien się irytować w kinie, oglądając film, w którym bohaterowie podróżują w czasie (w tempie różnym od 60 minut na godzinę), pojazdy kosmiczne przemierzają w jednej chwili dystanse rzędu lat świetlnych, a wideorozmowy z osobami znajdującymi się na drugim końcu galaktyki odbywają się bez opóźnień? Wyobraźnia scenarzysty filmowego nie jest, oczywiście, ograniczona niczym prócz budżetu filmu, ale warto się zastanowić, na jakie fundamentalne ograniczenia natrafilibyśmy, gdybyśmy chcieli zrealizować te scenariusze w rzeczywistości. Puśćmy zatem wodze fantazji i pozwólmy sobie na spekulacje, czego dowolnie zaawansowana cywilizacja, przezwyciężywszy wszystkie problemy techniczne, mogłaby dokonać w dziedzinie podróży w czasie i przestrzeni, nie naruszając znanych nam praw przyrody.

Jednym z fundamentów współczesnej fizyki jest szczególna teoria względności (STW) sformułowana przez Alberta Einsteina. Jednym z jej podstawowych postulatów jest niezależność wartości prędkości światła od ruchu obserwatora inercyjnego. Postulat ten był zgodny z przeprowadzonymi na przełomie XIX i XX wieku doświadczeniami, ale wydawał się przeczyć zdrowemu rozsądkowi (co nie przeszkadzało Einsteinowi, który zwykł mawiać, że *zdrowy rozsądek to zbiór uprzedzeń nabytych do osiemnastego roku życia*).

Jakie konsekwencje ma postulat niezależności prędkości światła od obserwatora? Jedną z nich jest względność upływu czasu, o czym można się przekonać, wykonując prosty eksperyment myślowy. Wyobraźmy sobie dwa równoległe lustra, pomiędzy którymi podróżuje tam i z powrotem światło lasera. Jeżeli czas, jaki upływa pomiędzy dwoma odbiciami światła od luster, przyjmiemy za pewną umowną jednostkę czasu, to opisany układ będzie zegarem odmierzającym tę jednostkę. Taki zegar możemy umieścić w poruszającym się ze stałą prędkością pojeździe tak, aby płaszczyzny luster były równoległe do prędkości. Co zobaczy, patrząc na ten zegar, obserwator, względem którego pojazd się porusza? Światło lasera będzie poruszać się po linii łamanej, przypominającej zęby piły. Oznacza to, że światło ma w tej sytuacji dłuższą drogę do przebycia niż w zegarze spoczywającym, a więc czas pomiędzy odbiciami będzie dłuższy. Skoro jednak prędkość światła ma być niezależna od ruchu, obserwator podróżujący w pojeździe razem z zegarem zmierzy czas pomiędzy odbiciami taki, jak dla spoczywającego zegara, ponieważ z jego punktu widzenia zegar spoczywa. Zatem z punktu widzenia zewnętrznego obserwatora czas w pojeździe „zwolni”, ponieważ czas pomiędzy tymi samymi wydarzeniami mierzony przez obserwatora zewnętrznego będzie dłuższy niż czas mierzony przez obserwatora poruszającego się.

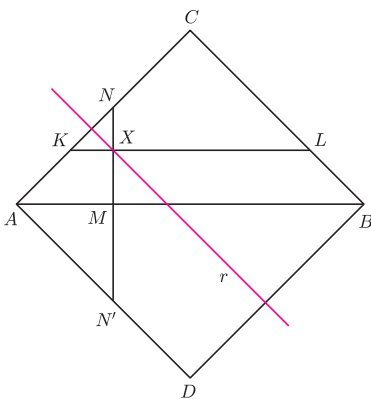
Przykładem dobrze ilustrującym względność upływu czasu jest tzw. *paradoks bliźniąt*. Wyobraźmy sobie dwóch braci bliźniaków, z których jeden pozostaje na Ziemi, a drugi wyrusza w daleką podróż kosmiczną: najpierw oddala się od Ziemi, a potem, wykonawszy w połowie podróży szybki zwrot, wraca na Ziemię. W pierwszej fazie wyprawy bliźniak-domator widzi, że czas bliźniaka-podróżnika płynie wolniej, ponieważ tamten porusza się względem niego. To samo zaobserwuje w czasie podróży powrotnej brata. Ostatecznie, kiedy bracia się spotkają, czas, jaki każdy z nich zmierzył pomiędzy początkiem i końcem wyprawy, będzie inny, w szczególności bliźniak-podróżnik będzie młodszy. Można się zastanawiać, co tak naprawdę różni historie obu braci, skoro z punktu widzenia bliźniaka-podróżnika to bliźniak-domator się poruszał, ale ich losy nie są dokładnie symetryczne, gdyż tylko bliźniak-domator pozostawał przez cały czas w spoczynku względem pewnego układu inercyjnego. Czy można względność upływu czasu wykorzystać do podróży w czasie? W pewnym sensie tak, ale będą to wyłącznie podróże w przyszłość, bez możliwości powrotu. Taką właśnie podróż wykonuje jeden z bohaterów historii o bliźniakach. Gdyby odpowiednio dobrać parametry swojej podróży, mógłby wrócić na Ziemię po dowolnie długim czasie. A co z podróжами w przeszłość?

Drugą istotną konsekwencją STW jest istnienie granicznej prędkości, równej prędkości światła w próżni, której żaden masywny obiekt przekroczyć nie może. W dynamice Newtona, która dobrze opisuje ruch obiektów przy prędkościach małych w porównaniu z prędkością światła, dostarczając poruszającemu się ciału energii, możemy uzyskać dowolnie dużą prędkość (energia kinetyczna jest proporcjonalna do kwadratu prędkości). W teorii względności w sytuacji, kiedy prędkość ciała zbliża się



Rozwiązanie zadania M 1314.

Rozważmy przypadek, gdy q przecina ramię AC . Rozszerzmy nasz trójkąt do kwadratu $ACBD$.



Punkt przecięcia prostej q z nowo dorysowanym bokiem kwadratu oznaczmy przez N' . Szukamy takich punktów X , że $KL = NN'$. Równoważnie takich, że odcinki KL i NN' są symetryczne względem prostej r prostopadłej do AC przechodzącej przez X . To zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy trójkąty KLC i $NN'A$ są symetryczne względem tej prostej, co jest z kolei równoważne temu, że punkty A i C są symetryczne względem r (ponieważ punkty K i N zostały skonstruowane tak, że są symetryczne względem r).

Wobec tego szukany zbiór punktów X to te fragmenty symetrycznych przprostokątnych trójkąta ABC , które są zawarte w jego wnętrzu.

do prędkości światła, przyrost prędkości w miarę dostarczania stałych porcji energii staje się coraz mniejszy, co uniemożliwia przekroczenie prędkości światła.

Szczególne teorie względności nakładają górne ograniczenie na prędkość poruszania się pojazdów i prędkość rozchodzenia się wszelkich sygnałów. Prędkość światła w porównaniu z prędkościami, które znamy z życia codziennego, wydaje się praktycznie nieskończona, ale jeżeli nasze ambicje zaczynają sięgać podróży do odległych obiektów astronomicznych, jej wartość staje się poważnym ograniczeniem. Kiedy kontrolerzy lotów kosmicznych w bazie w Houston nadzorowali lądowanie modułu statku Apollo na Księżycu, zadawszy pytanie załodze, musieli czekać dwie i pół sekundy na odpowiedź – tyle czasu potrzebuje sygnał radiowy, by dotrzeć do Księżyca i z powrotem. To opóźnienie uniemożliwiało szybką wymianę informacji i kontrolerzy wspominają ten fakt jako istotne utrudnienie w krytycznych momentach misji księżycowej. Astronauci lądujący w przyszłości na Marsie będą – w sytuacjach wymagających podejmowania szybkich decyzji – praktycznie pozbawieni wsparcia kontrolerów lotu. Opóźnienie w komunikacji między Ziemią a Marssem waha się od 6 do 45 minut w zależności od wzajemnego położenia tych planet. Astronauci eksplorujący dalsze planety Układu Słonecznego będą doświadczali opóźnień w komunikacji z Ziemią mierzonych w godzinach. Gdyby w przyszłości udało się ludziom polecieć do innych gwiazd lub nawiązać kontakt z inną cywilizacją, prowadzenie dialogu rozumianego jako wymiana informacji byłoby praktycznie niemożliwe. Opóźnienie wyrażałoby się w dziesiątkach lat w przypadku najbliższych gwiazd i dziesiątkach tysięcy lat w przypadku odległych gwiazd naszej galaktyki. Na odpowiedź mieszkańca Galaktyki Andromedy (M31 jest najbliższą dużą galaktyką) przysłoby nam czekać 5 milionów lat. Przytoczone liczby dotyczą przesyłania sygnałów z prędkością światła. Ewentualne podróże załogowe do odległych obiektów astronomicznych, odbywane na pokładzie statku przemierzającego przestrzeń z prędkością mniejszą od prędkości światła, będą trwały jeszcze dłużej. Wynika stąd, że loty kosmiczne na zasadach prezentowanych w filmach, gdzie pilot obiera cel, włącza silniki, obserwuje przemykające za oknami gwiazdy i po chwili wyhamowuje w innej części galaktyki, są sprzeczne ze szczególną teorią względności.

Co ma zatem zrobić scenarzysta filmowy, którego wątek fabularny zmusza do szybkiego wysyłania ludzi w odległe zakątki wszechświata i który jednocześnie nie chce tworzyć historii rażąco sprzecznych z wiedzą o świecie, którą już mamy? Przed takim dylematem stanął kiedyś Carl Sagan, scenarzysta filmu „Kontakt”, którego bohaterka udaje się do gwiazdy Wega (25 lat świetlnych od Ziemi). Sagan, który sam był zawodowym astronomem, zadzwonił do swojego kolegi Kipa Thorne’a i poprosił o radę w tej sprawie. Thorne, specjalista od ogólnej teorii względności, stwierdził, że raczej nic się nie da zrobić, ale jeszcze zastanowi się nad tym.

Czym jest ogólna teoria względności (OTW) i jak może być przydatna scenarzyście filmu science-fiction? Nazwa sugeruje, że przy przejściu od STW do OTW mamy do czynienia z uogólnieniem. Na czym ono polega? Upraszczając, można stwierdzić, że OTW mówi nam, iż prawa STW stosują się tylko lokalnie. Oznacza to, że jeżeli rozważamy mały kawałek czasoprzestrzeni, to z dobrym przybliżeniem opisuje go STW, ale w większej skali czasoprzestrzeń może być zakrzywiona. Żeby lepiej wyobrazić sobie lokalność, możemy posłużyć się analogią do powierzchni Ziemi. Kiedy geodeta wyznacza działki pod budowę domów, to może spokojnie przyjąć, że powierzchnia, którą mierzy, jest płaska. Jeżeli spojrzymy na Ziemię z dalszej perspektywy, to zobaczymy, że jej powierzchnia ma kształt zbliżony do sfery. Inaczej mówiąc, o ile płaskie plany miast odwzorowują rzeczywistość bardzo dobrze, to, aby mieć dobre wyobrażenie o rozmieszczeniu kontynentów, lepiej jest popatrzeć na globus niż na płaskie mapy świata, na których Grenlandia wygląda na większą od Australii (mimo że w rzeczywistości jest ponad trzykrotnie mniejsza).

Równania OTW (równania Einsteina) w jednoznaczny sposób wiążą krzywiznę czasoprzestrzeni z rozkładem materii i energii. Znanych jest wiele różnych rozwiązań tych równań. Rozwiązania takie można otrzymywać, przyjmując jakiś rozkład materii i znajdując kształt czasoprzestrzeni, jaki taki rozkład wymusza. Czasoprzestrzeń można też przyjąć za daną i wyliczać rozkład materii. Szuka się także rozwiązań mających z góry zadane symetrie lub spełniających określone warunki brzegowe. Wiadomo, że istnieją rozwiązania równań Einsteina o tak zaskakującej właściwości, jaką jest występowanie zamkniętych krzywych czasowych, wykluczone w STW. Przypomnijmy, że krzywa czasowa w czasoprzestrzeni jest historią cząstki (lub

obserwatora), czyli zbiorem kolejnych zdarzeń (par czas i miejsce), które, następując po sobie, tę historię tworzą. Dla istoty zamieszkującej wszechświat z zamkniętymi krzywymi czasowymi oznacza to, że możliwe jest ponowne przeżycie zdarzenia, które miało miejsce w przeszłości, czyli, na przykład, spotkanie siebie z przeszłości (jak w siódmej podróży w „Dziennikach gwiazdowych” Stanisława Lema). Takie hipotetyczne spotkania są naturalnym źródłem paradoksów, ponieważ wydaje się, że nic nie powstrzyma mieszkańca tego dziwnego świata przed wpływaniem na własne losy w przeszłości. W ekstremalnym przypadku, zwanym *paradoksem dziadka*, można nawet unicestwić siebie lub swojego przodka, czego konsekwencją powinno być nieistnienie sprawcy tego mordu, na długo zanim został dokonany. Odpowiedź na pytanie, co się stanie w takiej sytuacji lub czy możliwe jest w ogóle, żeby do niej doszło, nie może być na razie udzielona na gruncie fizyki jako nauki doświadczalnej. Wiemy tylko, że nie zaobserwowano nigdy takiego zjawiska. Pozostają jedynie spekulacje.

Odpowiedź, jakiej po zastanowieniu udzielił Thorne Saganowi, brzmiała: wyślij bohaterkę przez *tunel czasoprzestrzenny* (ang. *wormhole*). Pytanie Sagana stało się ważną inspiracją dla Thorne’a, który opublikował na przełomie lat osiemdziesiątych i dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku serię artykułów na ten temat w renomowanych czasopismach naukowych. Z kolei Sagan, po początkowym fiasku projektu filmowego, napisał powieść „Kontakt”, która rozeszła się w milionach egzemplarzy, co skłoniło jednak Hollywood do realizacji filmu: obraz w reżyserii Roberta Zemeckisa z Jodie Foster w roli głównej trafił na ekrany w 1997 roku.

Czym jest taki hipotetyczny tunel czasoprzestrzenny? Wyobraźmy sobie – w dwóch wymiarach – prawie płaską powierzchnię, ilustrującą naszą czasoprzestrzeń, której dwa odległe miejsca (w sensie odległości na tej powierzchni) połączono przesmykiem, tak jak na rysunku. Przesmyk ten pozwala przemieścić się pomiędzy jego wylotami bez przemierzania w „zwykły” sposób, tj. po płaskiej części powierzchni, całej dużej odległości między nimi. Wygląda to obiecująco, ale okazuje się, że z ewentualnym istnieniem takich skrótów związane są liczne problemy. Po pierwsze, jak zauważył Thorne, mając tunel łączący oddalone przestrzennie miejsca, można, poruszając odpowiednio jego końcami, zmienić go w wehikuł czasu. Jest to efekt analogiczny do paradoksu bliźniąt. Jeżeli jeden koniec tunelu (nazwijmy go A) pozostawimy w spoczynku, a drugi (B) będzie się poruszał z przyspieszeniami, to stojący u wejścia B będą się starzeć wolniej niż stojący u wejścia A.

Zatem, wchodząc do tunelu od strony B, wyjdziemy po stronie A wcześniej, niż weszliśmy po stronie B. Jeżeli dodatkowo zbliżymy wystarczająco końce tunelu, to możliwe stanie się po wyjściu po stronie A przebycie dookoła, po płaskiej przestrzeni, drogi do wejścia B na tyle szybko, aby spotkać się tam z drugą kopią siebie, mającą dopiero wejść do tunelu. Oznacza to, że istnienie tuneli pozwalających na przemieszczanie się „na skróty” w czasoprzestrzeni prowadzi nieuchronnie do mierzenia się z paradoksem dziadka. Niestety, to jeszcze nie koniec problemów. Przypomnijmy, że, w pewnym uproszczeniu, można wyobrazić sobie, że równania OTW wiążą kształt czasoprzestrzeni z rozkładem materii. Okazuje się, że kształt czasoprzestrzeni w takim tunelu wymusza, aby był on utrzymywany przez materię o własnościach, których żaden znany nam rodzaj materii nie ma.

Rozważania dotyczące tuneli czasoprzestrzennych lub, ogólniej, czasoprzestrzeni zawierających zamknięte krzywe czasowe, prowadzi wielu fizyków, wśród nich Stephen Hawking. W swoich pracach, opierając się na postulatach, które powinna spełniać (nieistniejąca jeszcze) teoria opisująca w spójny sposób zjawiska grawitacyjne i kwantowe, argumentuje, że takie zamknięte krzywe nie mogą istnieć w sposób stabilny. Innymi słowy, za każdym razem, gdy ma dojść do uformowania się kawałka czasoprzestrzeni zawierającego zamkniętą krzywą czasową, prawa fizyki temu dynamicznie zapobiegają. To stwierdzenie zawarte w pracy z 1991 roku zostało nazwane *hipotezą ochrony chronologii*. Do sformułowania tej hipotezy doprowadziło Hawkinga dość wyrafinowane rozumowanie, przytacza on jednak jeden stosunkowo przekonujący fakt doświadczalny na poparcie swojej hipotezy, stwierdzając: *Jeżeli podróże w przeszłość będą kiedykolwiek możliwe, to gdzie są ci wszyscy turyści z przyszłości?*