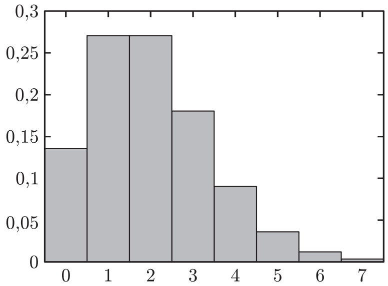

Rys. 2. Wyniki dla modelu jednoparametrowego z $N_1 = 100000$ oraz $\alpha = 1{,}03$

Jednoparametrowy model liczebności

Przyjmując prosty model liczebności scharakteryzowany jednym parametrem $\alpha = N_n/N_{n+1} = \mathrm{const}$, można jakościowo scharakteryzować wyniki otrzymane przez numeryczne rozwiązanie powyższej rekurencji. Wyróżniamy trzy fazy:

- faza wzrostu wykładniczego dla najbliższych pokoleń, w której $P_n \approx 2P_{n-1}$;
- faza przejściowa, w której $P_n < 2P_{n-1}$, występująca w okolicy $P_n \approx \frac{1}{2}N_n$;
- faza nasycenia charakteryzująca się stałym ilorazem (współczynnikiem nasycenia) $\tau = \frac{P_n}{N_n}$.

Współczynnik nasycenia w powyższym modelu można obliczyć, szukając granicy ciągu (P_n/N_n), a więc rozwiązując równanie $\tau = 1 - e^{-2\alpha\tau}$.

Przy populacji o stałej liczebności ($\alpha = 1$) współczynnik ten osiąga wartość $\tau \approx 0{,}797$. Oznacza to, że dla takiej populacji, w odległych pokoleniach, przodkowie stanowią niezmiennie prawie 80% całego pokolenia.

Co poza tym?

Nie da się nie zauważyć, że przedstawiony tu model obliczeń jest znacząco uproszczony. Dla rzeczywistych, dużych populacji, dobór osób w pary nie odbywa się całkowicie losowo, lecz zazwyczaj istnieje skłonność do szukania partnerów wśród bliższego otoczenia. Uzasadnione więc byłoby wyodrębnienie grup wewnątrz populacji, dopuszczając jednocześnie (z określonym prawdopodobieństwem) możliwość krzyżowania pomiędzy grupami. Ponadto, podział na pokolenia nie jest do końca naturalny, szczególnie w populacjach, w których nie obowiązują ścisłe reguły (np. kulturowe) dotyczące różnic wieku.

Bardziej złożony model, uwzględniający rzeczywiste migracje ludności i izolacje poszczególnych grup (geograficzne, językowe...) wykorzystali Rohde, Olson i Chang w swoim artykule *Modelling the recent common ancestry of all living humans* opublikowanym w Nature. Oszacowali oni czas pojawienia się tzw. Ostatniego Wspólnego Przodka wszystkich obecnie żyjących ludzi na Ziemi na pierwsze lub drugie tysiąclecie p.n.e. Genealodzy, do pracy!

Zadania

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 785. W naczyniu z wodą zanurzamy pionowo drewniany klocek o przekroju kwadratowym $a \times a$, ($a = 10$ cm) i długości $l = 20$ cm. Jaka ilość ciepła wydzieli się w wyniku przewrócenia się tego klocka? Przyjmujemy, że gęstość drewna jest równa połowie gęstości wody.
Rozwiązanie na str. 15

F 786. Jak należy napełnić naczynie wodą, by środek ciężkości leżał możliwie najniżej?
Rozwiązanie na str. 7

Redaguje Przemysław MAZUR

M 1309. Na bokach AB i AC trójkąta ABC zbudowano po zewnętrznej stronie podobne trójkąty prostokątne ADB i AEC, w których kąty przy wierzchołkach D i E są proste. Punkt M jest środkiem odcinka BC. Udowodnić, że $DM = EM$.
Rozwiązanie na str. 24

M 1310. Znaleźć wszystkie liczby naturalne, których nie da się zapisać jako sumy co najmniej dwóch kolejnych liczb całkowitych dodatnich.
Rozwiązanie na str. 9

M 1311. Dane jest słowo złożone z liter a, b (np. $baabab$). Na takim słowie możamy wykonać następujące operacje:
- dopisać lub wykreślić dwie kolejne litery a (np. $baabab \leftrightarrow bbab$),
- dopisać lub wykreślić trzy kolejne litery b (np. $bbab \leftrightarrow bbabbbb$),
- zamienić sekwencję liter ab na bba lub na odwrót (np. $bbabbbb \leftrightarrow abbbbb$).

Rozstrzygnąć, czy za pomocą wielokrotnego wykonywania tych operacji można ze słowa a otrzymać słowo ba.
Rozwiązanie na str. 24