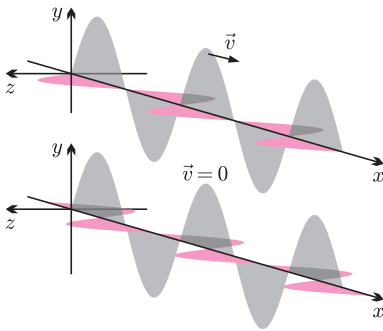


Sieć optyczna – kryształ doskonały

Mateusz ŁĄCKI*

W 1913 roku Niels Bohr zapostulował model atomu wodoru. Zgodnie z nim układ protonu i elektronu nie może mieć dowolnej energii wiązania, lecz musi ona wynosić $E_n = \frac{-13,6eV}{n^2}$, dla $n \in \mathbb{N}$. Przeskok między poziomami n_1 i n_2 jest powiązany z absorpcją lub emisją fotonu o energii $E_{n_1, n_2} = |E_{n_1} - E_{n_2}|$. Zbiór wszystkich liczb E_{n_1, n_2} tworzy tzw. widmo, czyli zbiór wartości energii fotonów, które atom może wyemitować lub absorbować. Foton o energii E ma określoną częstotliwość: $\nu = \frac{E}{h}$, gdzie h jest stałą Plancka.



Rys. 1. Fala elektromagnetyczna opisana równaniami (1)–(4). W górnym wierszu fala biegnąca (maksima przesuwały się wzdłuż osi), w dolnym stojąca (maksima wykonują ruch góra-dół, nie przemieszczają się wzdłuż osi).

Inne pierwiastki mają więcej elektronów, tym samym mają bardziej skomplikowane spektra, bardzo trudne do obliczenia nawet w przybliżeniu. Spektra (nawet wodoru) komplikują też nieuwzględnione efekty (choćby relatywistyczne). Spektra atomów, wyznaczone doświadczalnie lub obliczone komputerowo, są w dużej mierze skatalogowane w ogólnodostępnych źródłach.

Z klasycznego punktu widzenia światło (w tym wiązka lasera) jest falą elektromagnetyczną, którą opisują równania Maxwella. W układzie odniesienia, takim że wiązka propaguje się wzdłuż osi \hat{x} w prawo (rys. 1), falę tę można opisać jako układ pól elektrycznego i magnetycznego zmiennych w czasie i przestrzeni:

$$(1) \quad \vec{E}(x, y \approx 0, z \approx 0, t) = \hat{y}E_0 \cos(kx - \omega t),$$

$$(2) \quad \vec{B}(x, y \approx 0, z \approx 0, t) = \hat{z}B_0 \cos(kx - \omega t),$$

gdzie $E_0 = B_0c$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $2\pi\omega = f$ oraz λ jest długością fali, a f – częstotliwością. Założenie, że $y, z \approx 0$, bierze się stąd, iż powyższe równania opisują jedynie światło wewnątrz wiązki. Jeśli zestawimy dwie wiązki powyższego typu, propagujące wzdłuż osi \hat{x} w przeciwnie strony (tak by wektory \vec{E} leżały na jednej płaszczyźnie), otrzymamy falę stojącą:

$$(3) \quad \vec{E}(x, t) = 2\hat{y}E_0 \cos(kx) \cos(\omega t),$$

$$(4) \quad \vec{B}(x, t) = 2\hat{z}E_0 \sin(kx) \sin(\omega t).$$

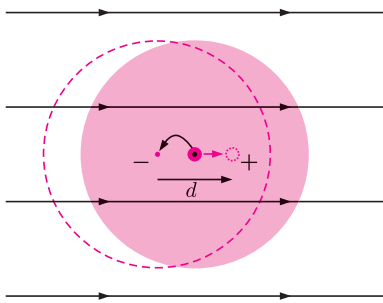
Opisaliśmy przypadek oddziaływania atomu z fotonami o energiach odpowiadających energiom przejścia między poziomami energetycznymi. Jeśli atom znajduje się w polu elektromagnetycznym, które jest falą stojącą o takiej częstotliwości ω , że nie odpowiada ona żadnej z częstotliwości przejścia atomowego, wówczas emisja i absorpcja fotonów jest niesłychanie rzadka (w skali zjawisk atomowych) i pomijalna. Z drugiej strony atom znajdując się w polu elektrycznym polaryzuje się (jądro przyciągane jest w przeciwną stronę niż chmura elektronów, indukowany jest moment dipolowy \vec{d} , co powoduje zmianę energii atomu o $\Delta E = -\vec{d} \cdot \vec{E}$).

Gdy pole elektryczne pochodzi od fali stojącej, której częstotliwość odpowiada fotonom o energii bliskiej różnicy energii między pewnymi dwoma poziomami $E_a < E_b$, okazuje się, że:

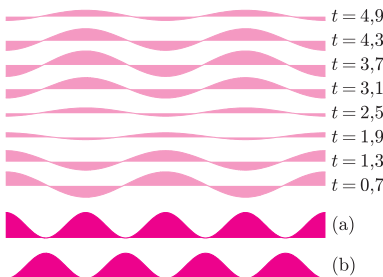
$$(5) \quad \Delta E = \frac{(eE_{\text{elektr.}})^2}{4} \frac{|M_{ab}|^2}{E_b - E_a - h\nu},$$

gdzie $|M_{ab}|^2$ jest proporcjonalne do prawdopodobieństwa przejścia między poziomami E_a i E_b , gdyby takowe mogło zajść, a $E_{\text{elektr.}}$ jest amplitudą elektrycznej składowej fali stojącej w danym punkcie przestrzeni – u nas $E_{\text{elektr.}} = E_0 \cos(kx)$. W praktyce „wyłapuje się” dziesiątki tysięcy atomów. By wszystkie miały energię E_a , trzeba obniżyć temperaturę do rzędu mikrokKelwinów.

Na zmianę energii atomu można patrzeć, jakby ów znajdował się w zewnętrznym potencjale $V_{\text{opt}}(x) = \Delta E$. Potencjał ten nie zależy od czasu – tak naprawdę jest uśrednionym po czasie „efektywnym” oddziaływaniem z falą stojącą. Tworząc

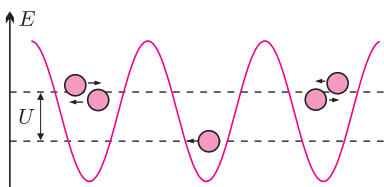


Rys. 2. Indukcja momentu dipolowego przez jednorodne pole elektryczne.

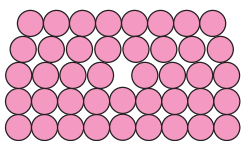


Rys. 3. Na jasny kolor zaznaczono pole \vec{E} fali stojącej dla różnych t (dla $\omega, k = 1$). Jeśli mianownik w równaniu 5 jest dodatni, to V_{pt} jest postaci (a), natomiast (b), jeśli jest ujemny.

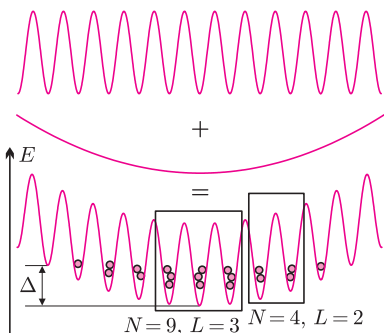
*Uniwersytet Jagielloński, doktorant I roku



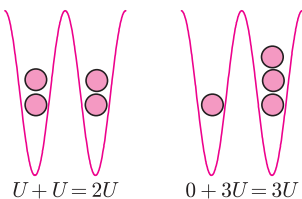
Rys. 4. Sieć optyczna: atomy zimnego gazu (np. ^{87}Rb) znajdują się w okolicach minimum $V_{\text{eff}}(x, y, z)$. W fizyce klasycznej niemożliwe jest przeskoczenie nad maksimum V_{eff} , (gdyż energia kinetyczna nie może być ujemna), dozwolone w fizyce kwantowej.



Rys. 5. Dyslokacja w strukturze krystalicznej metalu. Niedoskonałości w strukturze krystalicznej powodują nieregularności w dynamice elektronów i opór elektryczny.



Rys. 6. Cała sieć będzie składać się z kilku obszarów – w każdym z osobna N będzie wielokrotnością L . W praktyce sieci znajdują się w pułapce – zewnętrzny potencjał sprawia, że skończona ilość oczek jest obsadzana – $\frac{U}{2}n(n-1)$ jest mniejsze niż różnica między energiami na dnie oczek – Δ na rysunku.



Rys. 7. Minimalny koszt przeskoku atomu do U .

W przypadku klasycznego przewodnictwa można by powiedzieć, że pasmo przewodnictwa znajduje się w odległości $U = 3U - 2U$ od pasma „walencyjnego”.

układ trzech prostopadłych laserowych fal stojących, otrzymamy potencjał $V_{\text{eff}}(x, y, z) = V_{\text{opt}}(x) + V_{\text{opt}}(y) + V_{\text{opt}}(z) = k(\sin^2(kx) + \sin^2(ky) + \sin^2(kz))$ (rys. 3, 4, 6), który nazwiemy **siecią optyczną**.

Jeśli mianownik w równaniu (5) jest dodatni, wówczas potencjał przyjmuje wartość maksymalną, kiedy amplituda pola elektrycznego jest maksymalna. Atom jest odpychany od tych obszarów w stronę obszarów, gdzie pole elektryczne jest stale zerowe – minimum potencjału $V_{\text{eff}}(x)$. Jeśli mianownik jest ujemny, wówczas wspomniane obszary zamieniają się rolami maksimum i minimum.

Sieć optyczna jako kryształ

Sieć optyczna ma strukturę periodyczną wyznaczoną przez okresowość $V_{\text{eff}} : V_{\text{eff}}(x + \frac{L}{k}, y + \frac{m\pi}{k}, z + \frac{n\pi}{k}) = V_{\text{eff}}(x, y, z)$, $m, l, n \in \mathbb{Z}$, można więc układ: sieć optyczna + atomy związane V_{eff} śmiało nazwać kryształem, podobnie jak układ: chmura elektronów i periodycznie ułożone atomy w kryształach metali.

Badając przewodnictwo (czyli grupowy ruch elektronów) różnych metali, rozważamy chmurę zdelokalizowanych elektronów poruszających się w całej objętości kryształu. Kryształy w mikroskali są siecią „żywą”, gdyż atomy metalu wykonują złożone drgania grupowo, powodując rozchodzenie się fal zwanych fononami. Niezwykle trudno jest opisać tego typu oddziaływania, a opisać je trzeba, gdyż możliwa jest zamiana energii elektronów na energię niesioną przez fonony. Możliwy jest jedynie opis przybliżony. W przypadku sieci optycznych nie ma fononów – maksima i minima V_{eff} są stałe w czasie i nie zmieniają położenia. Sieć optyczna jest także idealnie regularna – nie ma spotykanych w przypadku metali dyslokacji (rys. 5), czyli zaburzeń struktury krystalicznej. Dlatego sieć optyczna jest kryształem idealnym (na tyle, na ile możliwe jest wykonanie idealnie sinusoidalnego promienia laserowego).

W przypadku konkretnych gazów każdy atom oddziałuje z pozostałymi atomami w tym samym oczku sieci (i tylko z nimi). Jeśli w oczku znajduje się n atomów, wówczas mamy tam $\binom{n}{2}$ par atomów, z każdą zaś parą związana jest pewna energia oddziaływania U , przy czym $U > 0$, jeśli atomy odpychają się, a $U < 0$, jeśli się przyciągają. Załóżmy, że $U > 0$. Energia U zależy od budowy wewnętrznej atomów. Co ciekawe można manipulować wielkością U , oświetlając gaz dodatkowym laserem o odpowiednio dobranej częstotliwości oraz teoretycznie można ustalić U równe dowolnej liczbie rzeczywistej. Wykorzystywane jest zjawisko tzw. **rezonansu Feshbacha**.

Rozpatrzmy fragment sieci optycznej, składający się z L oczek sieci i zawierający N atomów. Jeśli V_{eff} ma wysoką amplitudę, wówczas tunelowanie (przeskakiwanie między oczkami sieci) nie jest łatwe, a w każdym oczku sieci znajdują się ustalona liczba atomów. Całkowita energia będzie minimalna, gdy oczka sieci będą równo obsadzone. Zakładamy, że N jest wielokrotnością L (rys. 6). W opisanej sytuacji układ zachowuje się jak izolator – przeskakiwanie atomów jest energetycznie kosztowne. Jeśli w dwóch oczkach znajduje się po dwa atomy, wówczas energia odpychania się atomów wynosi $2U$. Jeśli jeden z tych atomów przeskoczyłby do drugiego oczka, wówczas całkowita energia wyniosłaby $3U$ (rys. 7). Zatem przemieszczanie się atomów jest energetycznie kosztowne (koszt: U na cząstkę) i układ jest izolatorem. Jest to inny mechanizm powstawania izolatora: tunelowanie jako takie było możliwe (czyli układ powinien być przewodnikiem), jednak wzajemne odpychanie się atomów zdominowało ewentualne tunelowanie i układ okazał się izolatorem. Z tego powodu układ nazywamy **izolatorem Motta**.

Sieci optyczne są nowym materiałem, będącym cały czas aktywnym przedmiotem badań. W ostatnich latach bardzo szybko pojawiają się nowe możliwości eksperymentalne, rozwijana jest teoria. Można je zastosować do badania mechanizmów fizyki ciała stałego. Ostatnimi laty pojawiły się też możliwości symulowania oddziaływań znanych do tej pory z fizyki wysokich energii. W sierpniu 2010 ogłoszono sukces w manipulowaniu pojedynczymi oczkami sieci optycznej. Być może w niedalekiej przyszłości każde oczko sieci będzie mogło być kubitem w komputerze kwantowym opartym na sieci optycznej.