Rozwiązanie zadania F 780.
Na stół działa siła ciężkości, wywierana przez leżącą na blacie część łańcucha, oraz impuls pędu. Górny koniec łańcucha po przebyciu odległości x spada z prędkością $\sqrt{2gx}$. Długość łańcucha leżącego na blacie to $x = gt^2/2$. Pęd przekazywany stołowi wynosi $p = mv\Delta x/l$, a siła w ten sposób wywierana jest równa

$$N = \frac{mv}{l}\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{mv^2}{l} = \frac{2mgx}{l}.$$

Ciężar łańcucha o długości x wynosi $Q = mgx/l$. Zatem sumaryczna siła jest równa

$$F = 3mg\frac{x}{l} = \frac{3}{2}\frac{m}{l}g^2t^2.$$

Widzimy, że te możliwe wartości T_{abc} różnią się o prawie 2000 (co najmniej), znamy S_{abc} i wiemy, że $100 \leqslant abc < 1000$. Pozwala to jednoznacznie wybrać odpowiednią z tych wartości. To pierwsza z nich, która jest większa od $S_{abc} + 100$.

Prześledźmy to na przykładzie liczby 527 wybranej przez Anię. Dowiadujemy się od niej, że $S_{527} = 2581$.

- Obliczamy $[2581] = 7$, mnożymy przez 2 i znów obliczamy pierwiastek cyfrowy. Dostajemy $r = 5$.
- Mnożymy: $222 \cdot 5 = 1110$.
- Pierwszą możliwą wartością T_{527} jest $1110 + 1998 = 3108$ i w rezultacie...
- ... wybraną liczbą jest $3108 - 2581 = 527$.

Pozostaje jeden szkopuł: jak szybko obliczyć w pamięci pierwiastek cyfrowy? Otóż jest prosta i szybka metoda. W trakcie sumowania cyfr wybranej liczby n (na przykład, od lewej) zastępujemy każdą sumę częściową większą od 9 sumą jej cyfr. Zobaczmy to na przykładzie liczby 8742953 (symbol $\equiv$ oznacza zastąpienie liczby dwucyfrowej sumą jej cyfr):

$$8 \to 8+7 = 15 \equiv 6 \to 6+4 = 10 \equiv 1 \to 1+2 = 3 \to$$
$$\to 3+9 = 12 \equiv 3 \to 3+5 = 8 \to 8+3 = 11 \equiv 2.$$

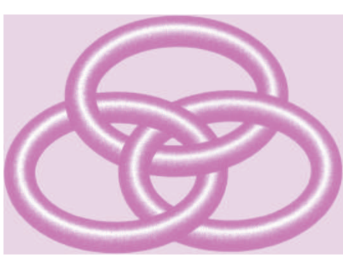
Tak więc $[8742953] = 2$. Trochę treningu i można iść na przyjęcie!

Zauważmy na koniec, że z własności pierwiastka cyfrowego można wyciągnąć interesujący wniosek. Jeśli w zapisie dziesiętnym pewnej wielokrotności liczby 9 brakuje jednej cyfry (i wiemy, że nie jest nią zero), łatwo możemy ją odtworzyć – jest nią ta cyfra, której brakuje pierwiastkowi cyfrowemu do 9, lub 9, gdy pierwiastkiem jest 9 (dlaczego?). Popatrzmy dla przykładu na liczbę 2308302, która jest wielokrotnością 9. Jeśli usunięto z niej cyfrę 8 i podano nam pozostałe cyfry (2, 3, 0, 3, 0, 2), obliczamy pierwiastek cyfrowy dowolnej liczby zbudowanej z tych cyfr, na przykład, $[230302] = 1$ i wiemy już, że brakującą cyfrą jest $9 - 1 = 8$.

Niestety, tak dobrze nie jest, gdy pozwolimy, by usuniętą cyfrą było 0. W naszym przykładzie mamy $[230832] = 9$, a to oznacza, że brakującą cyfrą może być 0 lub 9. Ale cóż, zgadywanie zawsze jest obarczone pewnym ryzykiem...

tłumaczył Wiktor BARTOL

Poliboromeusze



Matematycy wiedzą, że zabawy ze sznurkiem mogą być źródłem różnych zadań i problemów matematycznych, często bardzo poważnych, o daleko idących konsekwencjach. Węzłem w matematyce nazywa się sznurek, zapleciony lub nie, z utożsamionymi (zawiązanymi lub sklejonymi) końcami, czyli taki powyginany i zapleciony okrąg. Kilka takich węzłów nazywa się splotem, a elementy splotu ogniwami. Ogniwa w splocie mogą być zaczepione lub nie. Znany jest dość zaskakujący przykład splotu, nazywanego splotem Boromeuszów, gdyż występuje w herbie tego rodu. Splot Boromeuszów ma niezwykłą cechę: wszystkie trzy ogniwa są splecione, ale dowolne dwa nie. Oznacza to, że gdy rozetniemy dowolne ogniwo, pozostałe dwa będą niezaplecione. Pojawia się naturalne pytanie: czy można w podobny sposób zapleść 4, 5, 6 lub więcej ogniw (np. wykonanych właśnie ze sznurka)? W podobny sposób, czyli tak, że rozcięcie dowolnego ogniwa spowoduje rozpad całego splotu. Martin Gardner podaje taki przykład dla dowolnej liczby ogniw. Czy wiesz, Czytelniku, jak go skonstruować? (Rozwiązanie Gardnera w numerze.) Pojawiają się jednak kolejne pytania. Na przykład: czy dla czterech ogniw istnieje rozwiązanie różne od zaproponowanego przez Gardnera? Ile jest takich rozwiązań i czy w ogóle to się da określić? A gdy liczba ogniw będzie równa 5, 6 lub więcej?

Sploty o opisanych własnościach nazywane są czasem *splotami Brunna*, za D. Rolfsenem, autorem pięknej książki *Knots and Links*.

Zdzisław POGODA
Instytut Matematyki, Uniwersytet Jagielloński