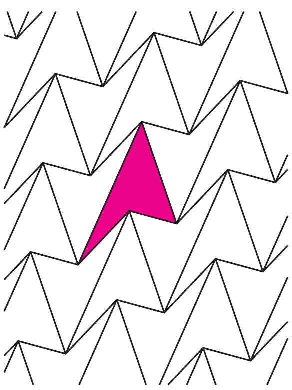
mała delta

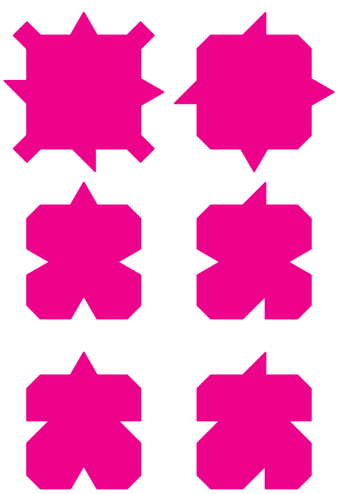
Nadzwyczajne kafelki



Każdy wie, jak ułożyć posadzkę, mając do dyspozycji trójkątne kafelki. Jeden ze sposobów jest taki: obok każdego trójkąta kładziemy trójkąt będący jego odbiciem względem środka jego boku. Którego? Każdego. Gdy będziemy tak konsekwentnie postępowali, możemy wyparkietować całą płaszczyznę.

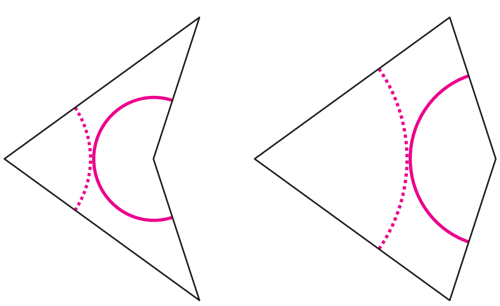
Ciekawsze jest spostrzeżenie, że ta sama procedura pozwala wyparkietować płaszczyznę dowolnymi czworokątami – na rysunku mamy parkiet ułożony (proszę sprawdzić, że w ten właśnie sposób) z jednakowych czworokątów niewypukłych.

Podany sposób ma (zarówno w przypadku trójkątów, jak też czworokątów) tę cechę, że każda z użytych symetrii przekształci nam obraz tego parkietu na niego samego. Podobnie będzie można ten parkiet przemieścić tak, aby nic się nie zmieniło, przesuwając go o odpowiedni wektor (łatwo wskazać jaki – prawda?). Takie parkiety, dla których istnieje możliwość przemieszczenia w ten sposób, by ich obraz się nie zmienił, nazywamy periodycznymi. Proszę spróbować, posługując się jednakowymi trójkątami albo czworokątami, ułożyć parkiet nieperiodyczny, to znaczy taki, którego każde poruszenie dałoby się wykryć. Nie wróżę sukcesu. Ale warto spróbować, by poznać trudności.



Można zabrać się do sprawy inaczej, a mianowicie poszukać takich kafelków, by z nich parkiet nieperiodyczny dał się ułożyć. Oczywiście, najpierw próbowano poszukiwać nieperiodycznych parkietów złożonych nie z jednego rodzaju, lecz z kilku rodzajów kafelków – *Wikipedia* podaje jakąś absurdalnie wielką (choć oczywiście skończoną) liczbę rodzajów kafelków, jakich użyto w pierwszej udanej próbie. Ale już w 1970 roku Raphael Robinson udowodnił, że sześć widocznych obok rodzajów kafelków pozwala na wyparkietowanie płaszczyzny, a otrzymany parkietaż jest zawsze nieperiodyczny. Polecam próby wykazania jednego i drugiego.

Liczba sześć nie jest już wielka, ale okazuje się, że można ją znacznie zmniejszyć. W 1977 roku Roger Penrose wymyślił, a Martin Gardner spopularyzował dwa rodzaje kafelków, które też parkietują płaszczyznę w sposób „obowiązkowo” nieperiodyczny.



To te widoczne obok. Penrose upiera się, że są to zwykłe czworokąty, ale przecież na obwodzie są wyróżnione punkty. Wolno je bowiem składać jedynie tak, by narysowane na nich linie przedłużały się. Aby pozbyć się tych linii, zmieniając kształt kafelków Penrose'a tak, by pozostały wielokątami, a nie straciły swych niezwykłych własności, musiałyby one stać się co najmniej ośmiokątami. Ale Penrose woli w nich widzieć udekorowane czworokąty i nazywa je *dart* i *kite*, czyli grot i latawiec. Grot ma kąty będące 1/5, 1/10, 3/5, 1/10 kąta pełnego, a latawiec 1/5, 1/5, 2/5, 1/5 kąta pełnego.

Można zająć się dowodzeniem, że grotami i latawcami można wyparkietować płaszczyznę i że taki parkiet będzie nieperiodyczny.

Ale można też wystartować w trudniejszej konkurencji i poszukać odpowiedzi na pytanie, czy istnieje taki jeden kafelek, że jego kopiami można nieperiodycznie wyparkietować płaszczyznę.

Małą Deltę przygotował Marek KORDOS