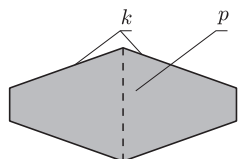


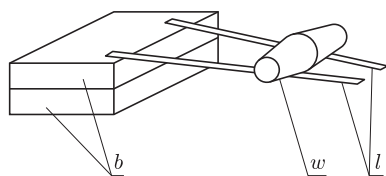
Ruch obrotowy bryły sztywnej, część II

Stanisław BEDNAREK

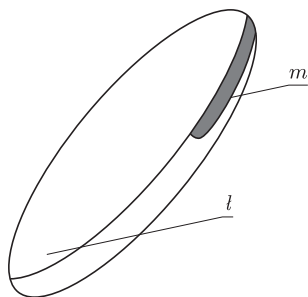
Dzisiaj będziemy kontynuowali doświadczenia dotyczące ruchu obrotowego bryły sztywnej. Do wykonania tych doświadczeń powinniśmy przygotować następujące przedmioty i materiały: plastelinę, dwie cienkie listewki o długości około 70 cm, kilka książek lub klocków, dwa plastikowe, zwężające się kubki do napojów, piasek, klej szybkowiązący, trzy podłużne kawałki miękkiego drewna o rozmiarach $12 \times 3 \times 1,5$ cm, nóż, pilnik do drewna, poxilinę, trochę farby emaliowej, dwa małe gwoźdźdiki, młotek i dwa kawałeczki cienkiej listewki o długości około 1,5 cm.



Rys. 1. Podwójny stożek do doświadczeń z dynamiki bryły sztywnej; k – kubek do napojów, p – piasek.



Rys. 2. Układ do badania ruchu podwójnego stożka; w – podwójny stożek, l – listewka, b – książka lub klocek.



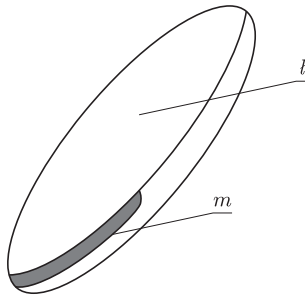
Rys. 3. Bryła sztywna, preferująca prawy kierunek obrotu; l – listewka wystrugana w kształcie łódeczki, m – nakładka z poxiliny.

Proponowane doświadczenia zapoznają nas z niezwykłymi przypadkami ruchu bryły sztywnej. Żeby przeprowadzić pierwsze z nich, skleimy brzegami dwa plastikowe kubki do napojów wypełnione uprzednio piaskiem dla zwiększenia masy (rysunek 1). Otrzymany w ten sposób podwójny stożek ścięty kładziemy na równi pochyłej o małym kącie nachylenia, zrobionej z dwóch listewek opartych o jedną książkę lub klocek (rysunek 2). Listewki ustawimy rozbieżnie ku górze, a największa odległość między nimi powinna być mniejsza od wysokości podwójnego stożka. Kładziemy stożek na listewkach w dolnej części równi, tak żeby nie dotykał stołu. Co zauważamy? Okazuje się, że bryła wtacza się na górę równi. Dlaczego tak się dzieje? W tym przypadku moment składowej ciężaru bryły równoległej do równi skierowany jest w stronę rozbieżności listewek i właśnie w tym kierunku toczy się bryła. Warto przy tym zauważyć, że położenie środka masy podwójnego stożka obniża się w tym ruchu, a jego energia potencjalna ciężkości maleje, ulegając zamianie na energię kinetyczną ruchu złożonego. Toczenie się pod górę jest więc tylko pozorne, a złudzenie pochodzi stąd, że na wyżej położone części równi wtaczają się fragmenty bryły o mniejszej średnicy.

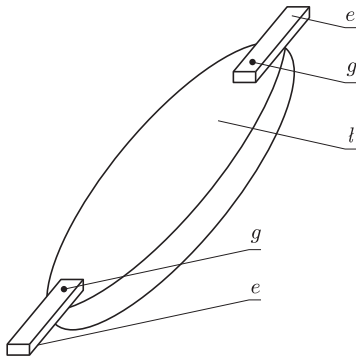
Ostatnią serię doświadczeń możemy wykonać na kilka sposobów. Jeżeli lubimy majsterkowanie, możemy z dwóch kawałków drewna wystrugać nożem i wygładzić pilnikiem dwie identyczne, wydłużone łódeczki o zaokrąglonych kształtach, przedstawionych na rysunku 3. Wymiary łódeczek powinny być zbliżone do początkowych wymiarów kawałków drewna. Wygodnie jest najpierw sporządzić szablon i z jego pomocą narysować ołówkiem kształty na drewnie, a później przystąpić do obróbki. Łódeczki kładziemy po kolei na płaskiej powierzchni wypukłością do dołu i wprawiamy w ruch obrotowy wokół pionowej osi przez pokręcenie palcami, najpierw w jedną stronę, a po zatrzymaniu się łódeczki w przeciwną. Stwierdzamy, że łódeczki w obie strony obracają się tak samo.

Następnie na boczną powierzchnię jednej z łódeczek w pobliżu jej końca nakładamy (zgodnie z rysunkiem 3) niewielką ilość ugniecionej poxiliny. Odczekujemy kilkanaście minut, aż poxilina stwardnieje. Po tym wprawiamy łódeczkę w ruch obrotowy, tak jak poprzednio – najpierw w prawo, a potem w lewo. Zauważamy, że w prawo łódeczka obraca się dość długo, jak wcześniej, aż do zatrzymania. Po zakręceniu w lewo łódeczka szybko przystaje, po czym zaczyna kołysać się względem podłużnej osi. Nieoczekiwanie, bez naszego działania, kołysania te zmieniają się na obrót w prawo, który już bez niespodzianek ulega powolnemu wyhamowaniu. Jak wyjaśnić to niezwykle zachowanie się łódeczki?

Dokładne, ilościowe wytłumaczenie ruchu łódeczki jest trudne, gdyż wymaga rozwiązania układu równań różniczkowych. Dlatego też poprzestaniemy na opisie jakościowym zachodzących tu przemian energii. Asymetryczny rozkład masy łódeczki sprawia, że – wbrew temu, co podpowiadają nam nasze oczy – dwie osie, wokół których możliwe są regularnie powtarzalne oscylacje, nie leżą w płaszczyznach symetrycznych łódeczki, natomiast wokół prostej prostopadłej do płaszczyzny, na której kładziemy łódeczkę, nie jest możliwy jednostałny ruch obrotowy. Oznacza to, że w ogólności ruch łódeczki będzie bardzo złożony, a w szczególności jej obracanie w jedną stronę będzie napędzało oscylacje przód-tył, a w drugą – wahania na boki. Energia tych oscylacji pomniejsza energię ruchu obrotowego w płaszczyźnie stołu, co powoduje widowiskowe odwrócenie kierunku rotacji łódeczki, poprzedzone silnym kołysaniem się na boki.



Rys. 4. Bryła sztywna, preferująca lewy kierunek obrotu; l – listewka wystrugana w kształcie łódeczki, m – nakładka z poxiliny.



Rys. 5. Przykład wykonania kamienia celtyckiego; l – listewka wystrugana w kształcie łódeczki, e – kawałek listewki, g – gwoździć.

Wykonana przez nas łódeczka nazywana jest kamieniem celtyckim (po angielsku określanym także nazwą *rattleback* lub *celt*). Nazwa pochodzi stąd, że zrobiony z kamienia przedmiot o podobnym kształcie wykopalili archeolodzy, którzy badali pozostałości po kulturze Celtów. Długo zastanawiali się, do czego mógł on służyć. Jeden z badaczy zaczął się nim bawić, wprawiając go w ruch obrotowy raz w prawo, a raz w lewo. W ten sposób przypadkowo odkrył niezwykle właściwości tego kamienia. Poprawny opis dynamiki tego przedmiotu został sformułowany przez fizyków zaledwie ćwierć wieku temu. Do dziś dokładnie nie wiadomo, czy Celtowie używali tego kamienia do celów kultowych lub magicznych. Kamień celtycki może być wykonany z dowolnego materiału, ważny jest odpowiedni, asymetryczny rozkład masy. Jeżeli nie lubimy majsterkować, kamień celtycki możemy kupić w niektórych sklepach internetowych albo wykonać własnoręcznie, zginając trzonek niepotrzebnej aluminiowej łyżki lub ucinając trzonek łyżki plastikowej.

Jeżeli jednak sporządziliśmy kamienie celtyckie z drewna, drugiej łódeczki możemy użyć do wykonania kamienia preferującego lewy kierunek obrotów. W tym celu nałożymy na nią niewielką ilość poxiliny w miejscu zaznaczonym na rysunku 4. Trzecią łódeczkę możemy wykorzystać do pogładowego wytłumaczenia przyczyny niezwykłych właściwości kamienia celtyckiego. W tym celu w pobliżu jej końców przybijemy małymi gwoździkami dwa kawałeczki listewki, które posłużą nam do łatwego uzyskania asymetrycznego rozkładu masy (rys. 5). Gwoździków nie należy wbijać do końca, żeby kawałeczki listewki można było obracać. Ustawiając obie listewki równolegle do podłużnej osi symetrii łódeczki, spowodujemy, że w obu kierunkach będzie ona obracała się tak samo. Skręcając natomiast jedną z listewek w bok, spowodujemy, że łódeczka będzie preferowała kierunek obrotów taki, jak kierunek skręcenia. Jeżeli oba kamienie celtyckie z nałożoną poxiliną pomalujemy równomiernie farbą, to miejsca nałożenia poxiliny będą trudne do zauważenia. Otrzymamy dwa identyczne na pierwszy rzut oka przedmioty, które będą się różnić zachowaniem podczas ruchu obrotowego. Możemy je wykorzystać do zademonstrowania zadziwiającej sztuczki, sugerującej nasze magiczne umiejętności. Warto tu dodać, że wiele popisów wykonywanych przez cyrkowców, magików i iluzjonistów polega właśnie na umiejętnym wykorzystaniu praw fizyki.

Wyniki XXVII Ogólnopolskiego Sejmiku Matematyków, Bystra, 10–13 VI 2010

Konkurs polega na przedstawieniu opracowania jednego z tematów zaproponowanych przez Jury (wraz z bibliografią) lub tematu własnego oraz – w przypadku zakwalifikowania się do finału – krótkim, publicznym referowaniu tego opracowania.

W roku 2010/11 zaproponowane przez Jury tematy to:

grafy Eulera,
kolorowanie wierzchołków wielościanu,
równania diofantyczne,
liczby zespolone w geometrii,
o czym mówi statystyka,
nierówności między średnimi,
liczba e ,
algorytmy grafowe.

Jury w składzie: prof. dr hab. Maciej Sablik – przewodniczący, dr Marian Podhorodyński – zastępca przewodniczącego, dr Lech Bartłomiejczyk, dr Tomasz Bielaczyc, dr Adrian Brückner, dr Włodzimierz Fechner, dr Żywilla Fechner, dr Erwin Kasperek, mgr Renata Kawa, mgr Tomasz Kochanek, dr Michał Machura, dr hab. Janusz Morawiec, dr Barbara Przebieracz, dr Małgorzata Serwecińska, dr Anna Szczerba-Zubek, **postanowiło przyznać następujące wyróżnienia:**

I miejsce: Mateusz Wróbel z Publicznego LO nr 1 w Opolu za pracę *Nieprawdopodobieństwo – czyli o tym, jak matematyk rzuca igłą;*

II miejsce: Sebastian Lisiewski z VIII LO w Katowicach za pracę *Ku chwale nierówności;*

III miejsca: Piotr Miska z IV LO w Sosnowcu za pracę *O średnich inaczej;*

oraz

Tomasz Pawelec z Zespołu Szkół Ponadgimnazjalnych w Praszcze za pracę *Enigma oraz inne maszyny szyfrujące.*

W głosowaniu publiczności na najlepszą prezentację **nauczyciele nagrodzili**

Marzenę Iskierkę z VIII LO w Katowicach za przedstawienie pracy *Klasyczna kryptologia*

oraz

Piotra Miskę,
a uczniowie

Filipa Kosiora z III LO w Chorzowie za przedstawienie pracy *Słowa, słowa, liczby.*

Sejmiki organizuje Pracownia Matematyki i Informatyki Pałacu Młodzieży w Katowicach we współpracy z Uniwersytetem Śląskim; www.spinor.edu.pl