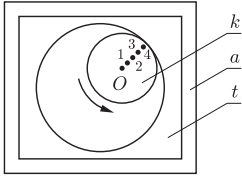


Rys. 6. Przykłady torów punktów koła toczącego się w układzie z rys. 5; O – tor środka koła, 1 – fragment toru wybranego punktu na promieniu koła (epicykloida).



Rys. 7. Układ do badania torów punktów na kole toczącym się bez poślizgu po brzegu kołowego otworu; k – toczące się koło, t – nieruchoma tektura z kołowym otworem, a – arkusz papieru, O – otwór w środku toczącego się koła, 1, 2, 3, 4 – otwory rozmieszczone wzdłuż promienia tego koła.

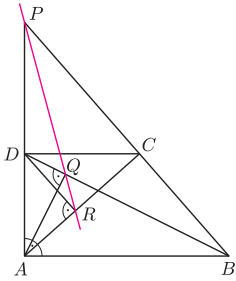
Kolejne doświadczenia pozwolą nam wykreślić tory punktów toczącego się koła. Na tekturze rysujemy koło o promieniu około 4 cm, wycinamy je i na jego promieniu wykonujemy kilka otworków przeznaczonych do włożenia grafitu ołówka (rys. 3). Jeden z otworków powinien być tuż przy brzegu koła, a jeden w jego środku. Na stole kładziemy arkusz papieru, na nim zaś układamy linijkę. Przyklejamy papier i linijkę do stołu za pomocą taśmy klejącej. Do linijki przykładamy koło z tektury i w otwór znajdujący się tuż przy brzegu koła wkładamy grafit ołówka. Obracamy koło palcami, tak żeby toczyło się bez poślizgu po linijce, i dociskamy lekko ołówek do papieru. Co zauważamy na papierze? Powtarzamy to doświadczenie, wkładając grafit ołówka w otwory położone coraz bliżej środka koła oraz w jego środek. Czym różnią się wykreślone na papierze linie?

Otrzymane krzywe to cykloidy (rys. 4). Przedstawiają one w nieruchomym układzie odniesienia tor punktu leżącego na toczącym się kole. Gdy grafit ołówka był tuż przy brzegu koła, otrzymaliśmy cykloidę pełną (linia 4). W pozostałych przypadkach pojawiły się cykloidy skrócone (np. linia 2). Interesujące krzywe możemy uzyskać także w przypadku toczenia przygotowanego wcześniej koła po większym kole, np. o promieniu 10 cm, również wyciętym z tektury (rys. 5). Wówczas w ogólnym przypadku otrzymamy linie nazywane epicykloidami (rys. 6). Spróbujmy jeszcze wyciąć w kwadratowym lub prostokątnym kawałku tektury większy, kołowy otwór i toczyć koło z otworkami po brzegu tego otworu (rys. 7). Wtedy w ogólnym przypadku otrzymamy krzywe nazywane hipocykloidami. Spróbujmy wykreślić hipocykloidy, po których poruszają się różne punkty leżące na promieniu toczącego się wewnątrz otworu koła, i zobaczymy, czym różnią się one od epicykloid. Epicykloidy, nazywane też epicyklami, miały bardzo ważne znaczenie w astronomii przed opisaniem przez Kopernika układu heliocentrycznego, ponieważ służyły do wyjaśniania i przewidywania ruchu planet (dlaczego?). Obecnie epicykloidy i hipocykloidy znajdują zastosowanie m.in. przy projektowaniu kół zębatych.



Zadania

Redaguje Waldemar POMPE



Rys. 1

M 1294. Wyznaczyć wszystkie liczby całkowite dodatnie a, b , dla których liczba $a^3 + b^3$ jest czwartą potęgą liczby pierwszej.

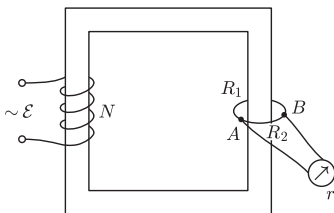
Rozwiązanie na str. 19

M 1295. Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD , w którym $\sphericalangle DAB = 90^\circ$ (rys. 1). Proste AD i BC przecinają się w punkcie P . Punkty Q i R są rzutami prostokątnymi odpowiednio punktów A i D na proste BD i AC . Dowieść, że punkty P, Q, R leżą na jednej prostej.

Rozwiązanie na str. 3

M 1296. Niech p będzie liczbą pierwszą postaci $4k + 3$. Dowieść, że zbioru złożonego z $p - 1$ kolejnych liczb całkowitych nie da się podzielić na dwa podzbiory w taki sposób, aby iloczyn liczb w jednym podzbiore był równy iloczynowi liczb w drugim podzbiore.

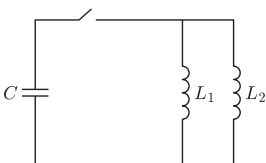
Rozwiązanie na str. 24



Rys. 2

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 775. Jedno uzwojenie transformatora obniżającego napięcie ma N zwojów, drugie jeden. Transformator ten podłączony jest do źródła napięcia zmiennego o sile elektromotorycznej \mathcal{E} . Do pojedynczego uzwojenia podłączony jest w punktach A i B galwanometr o oporze wewnętrznym r , dzieląc zwój na części o oporze R_1 i R_2 (rys. 2). Jakie natężenie prądu będzie pokazywał galwanometr? Rozwiązanie na str. 18



Rys. 3

F 776. Kondensator o pojemności C oraz cewki o indukcyjnościach L_1 i L_2 tworzą układ elektryczny jak na rysunku 3. Znaleźć maksymalne natężenie prądu w układzie, przyjmując, że początkowy spadek potencjałów na cewkach był równy U_0 .

Rozwiązanie na str. 18