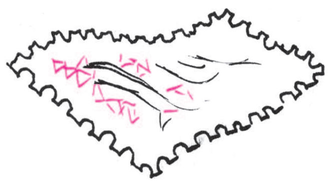
Trójkątny dywan Sierpińskiego na znaczkach pocztowych...

Jan SWADŹBA



Znaczki z trójkątnym dywanem Sierpińskiego to także polonika.

Najwięcej filatelistycznych poloników zawdzięczamy Janowi Pawłowi II, Mikołajowi Kopernikowi i... Czesławowi Słani.

Czesław Słania projektował i rytował znaczki polskie i wielu innych państw, szczególnie Szwecji, gdzie zamieszkał w 1956 r. Warto popatrzeć na figury niemożliwe (6, 7, 8). W 1972 r. otrzymał tytuł nadwornego grawera Królestwa Szwecji, w 1986 r. dwa znaczki z jego autoportretem wydała Poczta ONZ. Jako 9 i 10 występują dwa „takie same" znaczki – polski i szwedzki – jego autorstwa.

... to miła niespodzianka nie tylko dla matematyków, ale i dla filatelistów zbierających polonika, jak i dla zainteresowanych „mathemafilatelią".

Na kwadratowym znaczku w bloku Poczty Finlandii (1 na okładce) trójkątny dywan (dokładnie: jeden z etapów budowy dywanu) zajmuje tylko jego niewielką część, za to w całości wypełnia hologram w kształcie trójkąta prostokątnego. Nie jest to więc klasyczny trójkątny dywan z wyjściowym trójkątem równobocznym, nie ma też nazwy – nazwa *trójkąt Sierpińskiego* pojawia się dopiero w opisie bloku w międzynarodowym katalogu Michla. Blok ma niespotykaną wśród polskich wydawnictw pocztowych budowę tangramu (na przywieszce tekst fiński i szwedzki, a na jej odwrocie rozwiązanie tangramu) – jego segmenty mają kształt trójkątów, równoległoboku i kwadratu; między tymi ostatnimi projektant umieścił hologram. Jest więc edukacja i zaproszenie do zabawy!

O wiele więcej edukacji i zabawy proponuje Poczta Makau (2). Projektant serii *Chaos i fraktale* na jednym małym znaczku potrafił pokazać proces powstawania dywanu Sierpińskiego i to jeszcze z podpisem. Mało tego, obok mamy trójkątny dywan, ale jako wynik *gry w chaos*! Na pozostałych znaczkach możemy podziwiać zbiór Cantora, fraktal drzewiasty, krzywe Hilberta i Kocha. Znakomicie prezentuje się także w bloku (3) zbiór Mandelbrota – jego „barokowe" kształty przypominają raczej „bałwana śnieżnego z naroślami" niż „guzowate serce silnie przypalonego kurczaka" (określenia z artykułu w *Świecie Nauki*, XII, 1993). Jest też jego „przodek" – zbiór Julii, bo to znaczek z nim i cena 8,00 Ptcs decyduje o wartości całego bloku, a widoczny wzór przypomina o badanych przez Pierre'a Fatou i Gastona Julię iteracjach, których obserwacje doprowadziły do zaistnienia fraktali. Zbiór Julii znajduje się także na znaczku Poczty Izraela (4), fraktalowe tło ma też znaczek Poczty Włoch (5) reklamujący Światowy Rok Matematyki 2000.

Dobra dekada dla liczb pierwszych

Oto spektakularne wyniki z lat 1997–2009, dotyczące liczb pierwszych.

Wielomianowy test pierwszości

M. Agrawal, N. Kayal i N. Saxena podali w 2004 roku pierwszy deterministyczny algorytm weryfikujący, czy dana liczba naturalna $n > 1$ jest pierwsza, w czasie wielomianowym, tzn. opisanym przez funkcję wielomianową od liczby cyfr liczby n.

Twierdzenie 1. *Istnieje deterministyczny test pierwszości o złożoności obliczeniowej $O((\ln n)^{\frac{21}{2}+\varepsilon})$ przy dowolnym $\varepsilon > 0$.*

Długie ciągi arytmetyczne liczb pierwszych

P. Erdős w 1980 roku zaoferował 3000 dolarów za rozwiązanie następującego problemu.

Hipoteza 1. *Każdy taki zbiór $A \subset \mathbb{N}$, że $\sum_{n\in A} \frac{1}{n} = \infty$, zawiera ciąg arytmetyczny długości k, dla wszystkich k.*

B. Green i T. Tao, używając metod ergodycznych, udowodnili w 2008 roku tę hipotezę w przypadku, gdy $A = \mathcal{P}$ jest zbiorem wszystkich liczb pierwszych.

Twierdzenie 2. *Dowolny zbiór $A \subset \mathcal{P}$ o relatywnie dodatniej górnej gęstości, tzn. spełniający warunek*

$$\limsup_{N\to\infty} \frac{|A \cap [1,N]|}{|\mathcal{P} \cap [1,N]|} > 0,$$

zawiera nieskończenie wiele ciągów arytmetycznych dowolnej długości.

Pierwsze wartości wielomianów

A. Schinzel w 1958 roku sformułował następujące przypuszczenie.

Hipoteza 2. *Niech $f_1, \ldots, f_k \in \mathbb{Z}[m]$ będą wielomianami całkowitymi i nierozkładalnymi o najwyższych współczynnikach dodatnich. Jeśli dla każdej liczby pierwszej q zachodzi $q \nmid f_1(m) \cdot \ldots \cdot f_k(m)$ dla pewnego $m \in \mathbb{Z}$, to $f_1(n), \ldots, f_k(n)$ są jednocześnie liczbami pierwszymi dla nieskończenie wielu $n \in \mathbb{N}$.*

Hipotezę 2, w przypadku jednego wielomianu liniowego, rozstrzyga twierdzenie Dirichleta o liczbach pierwszych w ciągach arytmetycznych. Udowodnione zostały także, metodami sita, następujące twierdzenia.

Twierdzenie 3 [Fouvry, Iwaniec 1997]**.** *$m, m^2 + n^2$ są jednocześnie liczbami pierwszymi dla nieskończenie wielu $m, n \in \mathbb{N}$.*

Twierdzenie 4 [Friedlander, Iwaniec 1998]**.** *$m^2 + n^4$ jest liczbą pierwszą dla nieskończenie wielu $m, n \in \mathbb{N}$.*

Twierdzenie 5 [Heath-Brown 2001]**.** *$m^3 + 2n^3$ jest liczbą pierwszą dla nieskończenie wielu $m, n \in \mathbb{N}$.*

Małe odstępy pomiędzy liczbami pierwszymi

D.A. Goldston, J. Pintz i C.Y. Yıldırım udowodnili w 2009 roku, metodami sita Selberga, następujące twierdzenie.

Twierdzenie 6. *Niech p_n będzie n-tą z kolei liczbą pierwszą. Wówczas*

$$\liminf_{n\to\infty} \frac{p_{n+1} - p_n}{\ln p_n} = 0.$$

Adam GRYGIEL, Wydział Matematyki i Informatyki, Uniwersytet Łódzki