# Klub 44

## Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru $n$ w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie $S$ oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a $N$ – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie `http://www.mimuw.edu.pl/delta/regulamin.html`

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2011

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 597 ($WT = 2{,}25$) i 598 ($WT = 2{,}85$) z numeru 3/2010

| | | |
|---|---|---|
| Franciszek S. Sikorski | Warszawa | 42,35 |
| Marek Spychała | Warszawa | 41,22 |
| Piotr Kumor | Olsztyn | 40,19 |
| Janusz Olszewski | Warszawa | 34,27 |

## Zadania z matematyki nr 609, 610

*Redaguje Marcin E. KUCZMA*

**609.** W trójkącie ostrokątnym $ABC$ bok $AB$ jest najdłuższy. Na bokach $AB$ i $AC$ zaznaczono odpowiednio punkty $X$ i $Y$ tak, że $|AY| = |BX|$. Wykazać, że $2 \cdot |XY| > |BC|$.

**610.** Ciąg $(a_n)$ jest określony rekurencyjnie: $a_1 = 1$, $a_2 = 3$,

$$a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} \quad \text{dla } n \geqslant 3.$$

Dowieść, że żaden wyraz tego ciągu nie ma dzielnika dodatniego postaci $8k+5$.

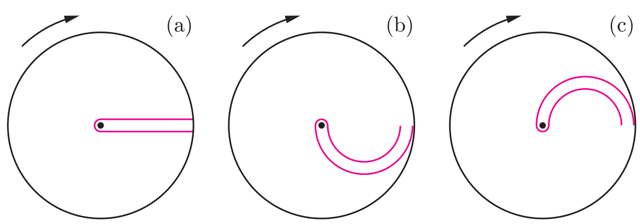
Zadanie 610 zaproponował pan Michał Kieza z Warszawy.

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2011

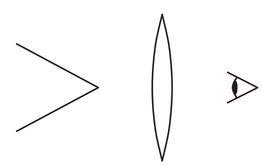
## Zadania z fizyki nr 506, 507

*Redaguje Jerzy B. BROJAN*

**506.** Pozioma płytka kołowa o promieniu $r$ i momencie bezwładności $I$ obraca się wokół swojej osi bez tarcia. Jej początkowa prędkość kątowa to $\omega_0$. W płytce jest rowek, a w rowku – kulka o masie $m$, która może się w nim toczyć bez tarcia. Kulka początkowo znajdowała się w środku płytki, a pod wpływem bardzo słabego impulsu zaczęła się toczyć na zewnątrz i spadła z płytki. Ile wynosiła końcowa prędkość kątowa płytki $\omega_1$? Rozważyć trzy przypadki – gdy rowek biegnie prosto wzdłuż promienia (rys. 1(a)) i gdy ma kształt półokręgu (rys. 1(b) i (c)).



Rys. 1


Rys. 2

**507.** W soczewce skupiającej o ogniskowej $f$ widzimy obraz pozorny stożka, którego oś pokrywa się z osią soczewki (rys. 2). Kąt rozwarcia stożka wynosi $2\alpha$, a jego wierzchołek jest odległy od soczewki o $x$. Ile wynosi kąt rozwarcia obrazu stożka $2\beta$?

## Liczmy oszczędniej

Liczby $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$, $a_5$ są pierwiastkami równania $x^5 - px^4 + qx^3 - rx^2 + sx - t = 0$. Zatem znając te liczby można obliczyć współczynniki $p$, $q$, $r$, $s$ i $t$. Służą do tego tzw. wzory Viète'a, których wersję dla równań stopnia drugiego znamy ze szkoły. Mówią one, że $p$ jest sumą wszystkich liczb od $a_1$ do $a_5$, $q$ jest sumą iloczynów wszystkich par tych liczb, $r$ – sumą iloczynów wszystkich trójek, $s$ – czwórek, wreszcie $t$ to iloczyn całej piątki. Gdyby obliczać współczynniki „na piechotę", trzeba by wykonać sporo działań.

Np. obliczając

$$\begin{aligned} r = {} & a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 + a_1 \cdot a_2 \cdot a_4 + a_1 \cdot a_2 \cdot a_5 + a_1 \cdot a_3 \cdot a_4 + \\ & + a_1 \cdot a_3 \cdot a_5 + a_1 \cdot a_4 \cdot a_5 + a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 + a_2 \cdot a_3 \cdot a_5 + \\ & + a_2 \cdot a_4 \cdot a_5 + a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \end{aligned}$$

musielibyśmy – licząc krok po kroku – wykonać (jak łatwo policzyć na palcach, o ile użyjemy również nóg) 20 mnożeń i 9 dodawań. Dla obliczenia w ten sposób wszystkich współczynników potrzeba 75 działań. A czy można to samo obliczyć używając mniejszej liczby działań?

*M. K.*

Można – w numerze jest podany sposób obliczenia wszystkich współczynników za pomocą dwudziestu działań. Czy jest to już ich najmniejsza liczba?