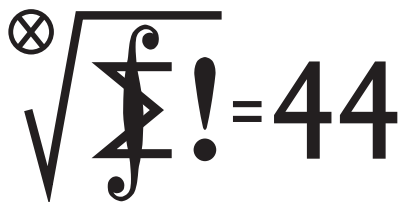


Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie <http://www.mimuw.edu.pl/delta/regulamin.html>



Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2011

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 597 ($WT = 2,25$) i 598 ($WT = 2,85$) z numeru 3/2010

Franciszek S. Sikorski	Warszawa	42,35
Marek Spychała	Warszawa	41,22
Piotr Kumor	Olsztyn	40,19
Janusz Olszewski	Warszawa	34,27

Zadania z matematyki nr 609, 610

Redaguje Marcin E. KUCZMA

609. W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB jest najdłuższy. Na bokach AB i AC zaznaczono odpowiednio punkty X i Y tak, że $|AY| = |BX|$. Wykazać, że $2 \cdot |XY| > |BC|$.

610. Ciąg (a_n) jest określony rekurencyjnie: $a_1 = 1, a_2 = 3,$

$$a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} \quad \text{dla } n \geq 3.$$

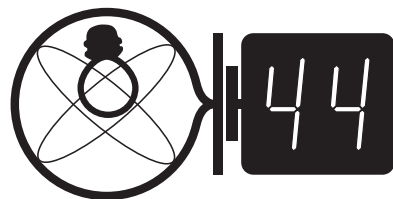
Dowieść, że żaden wyraz tego ciągu nie ma dzielnika dodatniego postaci $8k + 5$.

Zadanie 610 zaproponował pan Michał Kieza z Warszawy.

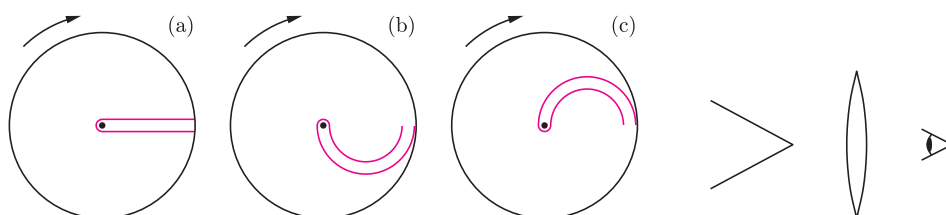
Zadania z fizyki nr 506, 507

Redaguje Jerzy B. BROJAN

506. Pozioma płytką kołową o promieniu r i momencie bezwładności I obraca się wokół swojej osi bez tarcia. Jej początkowa prędkość kątowa to ω_0 . W płytce jest rowek, a w rowku – kulka o masie m , która może się w nim toczyć bez tarcia. Kulka początkowo znajdowała się w środku płytki, a pod wpływem bardzo słabego impulsu zaczęła się toczyć na zewnątrz i spadła z płytki. Ile wynosiła końcowa prędkość kątowa płytki ω_1 ? Rozważyć trzy przypadki – gdy rowek biegnie prosto wzdłuż promienia (rys. 1(a)) i gdy ma kształt półokręgu (rys. 1(b) i (c)).



Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2011



Rys. 1

Rys. 2

507. W soczewce skupiającej o ogniskowej f widzimy obraz pozorny stożka, którego oś pokrywa się z osią soczewki (rys. 2). Kąt rozwarcia stożka wynosi 2α , a jego wierzchołek jest odległy od soczewki o x . Ile wynosi kąt rozwarcia obrazu stożka 2β ?

Liczmy oszczędniej

Liczby a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 są pierwiastkami równania $x^5 - px^4 + qx^3 - rx^2 + sx - t = 0$. Zatem znając te liczby można obliczyć współczynniki p, q, r, s i t . Służą do tego tzw. wzory Viète'a, których wersję dla równań stopnia drugiego znamy ze szkoły. Mówią one, że p jest sumą wszystkich liczb od a_1 do a_5 , q jest sumą iloczynów wszystkich par tych liczb, r – sumą iloczynów wszystkich trójek, s – czwórki, wreszcie t to iloczyn całej piątki. Gdyby obliczać współczynniki „na piechotę”, trzeba by wykonać sporo działań.

Można – w numerze jest podany sposób obliczenia wszystkich współczynników za pomocą dwudziestu działań. Czy jest to już ich najmniejsza liczba?

Np. obliczając

$$r = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 + a_1 \cdot a_2 \cdot a_4 + a_1 \cdot a_2 \cdot a_5 + a_1 \cdot a_3 \cdot a_4 + a_1 \cdot a_3 \cdot a_5 + a_1 \cdot a_4 \cdot a_5 + a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 + a_2 \cdot a_3 \cdot a_5 + a_2 \cdot a_4 \cdot a_5 + a_3 \cdot a_4 \cdot a_5$$

musielibyśmy – licząc krok po kroku – wykonać (jak łatwo policzyć na palcach, o ile użyjemy również nóg) 20 mnożeń i 9 dodawań. Dla obliczenia w ten sposób wszystkich współczynników potrzeba 75 działań. A czy można to samo obliczyć używając mniejszej liczby działań?

M. K.