20. marca 2010 odbyło się doroczne Walne Zgromadzenie członków SEM. Omawiano działalność Stowarzyszenia w ubiegłym roku i dyskutowano o planach na przyszłość. Walne Zgromadzenie postanowiło rozszerzyć o jedną osobę skład Zarządu SEM i wybrało do pełnienia tej funkcji Barbarę Roszkowską-Lech.

W tym samym dniu odbyły się też zawody finałowe V Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów. Wzięło w nich udział 160 uczniów. Mieli oni do rozwiązania 5 zadań w ciągu 3 godzin.

Uroczyste zakończenie tej edycji OMG odbyło się następnego dnia. Uczestniczył w nim m.in. wicemister Edukacji Narodowej, Zbigniew Włodkowski. Komitet Główny OMG postanowił przyznać:

tytuł laureata I stopnia 7 uczniom.
tytuł laureata II stopnia 13 uczniom;
tytuł laureata III stopnia 28 uczniom;
tytuł laureata IV stopnia 52 uczniom;

Wielu uczniów, którzy brali udział w OMG, odnosi sukcesy w Olimpiadzie Matematycznej. Wśród finalistów aktualnej edycji Olimpiady znalazło się 56 finalistów poprzednich czterech edycji OMG.

Zadania z finału V OMG i szkice ich rozwiązań przygotowane przez Komisję Zadaniową Komitetu Głównego (także listę finalistów i nagrodzonych uczniów) można znaleźć na stronie www.omg.edu.pl

Spójrzmy na zadanie 1:
Dane są takie liczby całkowite $a, b, c > 1$, że największy wspólny dzielnik liczb $a-1$, $b-1$, $c-1$ jest większy od 1. Udowodnij, że liczba $abc-1$ jest złożona.

Zadanie to można rozwiązać nieco inaczej niż w „firmowym" szkicu, posługując się kongruencjami, które szeroko są omówione w dodatku do broszury *I Olimpiada Gimnazjalistów*. Przypomnijmy, że dla danej liczby naturalnej $n > 1$ i danych liczb całkowitych a, b, zapis $a \equiv b \pmod{n}$ oznacza, że liczba $a-b$ jest podzielna przez n. To właśnie jest określenie kongruencji liczb a, b względem n (lub, jak się na ogół mówi, modulo n). Jest więc to jakby równość tych liczb, gdy uwzględnia się tylko podzielność przez n (dokładniej, jeżeli $a \equiv b \pmod{n}$, to liczby a i b przy dzieleniu przez n dają jednakowe reszty). Ta specyficzna „równość" ma wiele własności podobnych do zwykłej równości. By rozwiązać zadanie 1, wystarczy wiedzieć, że jeśli $a \equiv b \pmod{n}$ oraz $c \equiv d \pmod{n}$, to $ac \equiv bd \pmod{n}$. Załóżmy, że n jest największym wspólnym dzielnikiem danych w zadaniu liczb $a-1$, $b-1$, $c-1$. Używając kongruencji, możemy napisać, że $a \equiv 1 \pmod{n}$, $b \equiv 1 \pmod{n}$, $c \equiv 1 \pmod{n}$. Teraz korzystając ze wspomnianej wyżej własności, otrzymujemy $abc \equiv 1 \pmod{n}$. W efekcie $abc-1$ jest podzielne przez n i już.

Patrząc na to rozwiązanie wnikliwiej, dość łatwo dostrzeżemy, że jest ono właściwie takie samo, jak rozwiązanie „firmowe". Niemniej jednak, gdy ktoś potrafi posługiwać się kongruencjami, może zaoszczędzić sobie rachunków.

Zadanie to można uogólnić następująco: Dane są takie liczby całkowite $a_1, a_2, \ldots, a_n$, większe od 1, że największy wspólny dzielnik liczb $a_1-1, a_2-1, \ldots, a_n-1$ jest większy od 1. Udowodnić, że liczba $a_1a_2\cdots a_n - 1$ jest złożona. Dowód z pomocą kongruencji nie powinien nikomu sprawić kłopotów.

A oto zadanie 4:
Danych jest pięć dodatnich liczb rzeczywistych. Wykaż, że spośród tych liczb można wybrać takie dwie liczby a, b, dla których

$$0 \leqslant \frac{1}{1+a} - \frac{1}{1+b} < \frac{1}{4}.$$

Zadanie to można rozwiązać, odwołując się do tzw. Zasady Szufladkowej Dirichleta, o której jest mowa w dodatku do tej samej broszury. Głosi ona rzecz oczywistą – jeśli umieścimy 5 królików w 4 klatkach, to w którejś z tych klatek muszą znaleźć się przynajmniej dwa króliki. Przypomnijmy, że po pewnych przeformułowaniach, o jakich można przeczytać w rozwiązaniu „firmowym", sprowadza się ono do wykazania, że jeśli dane są liczby $1 > y_1 \geqslant y_2 \geqslant \cdots \geqslant y_5 > 0$, to różnica między dwiema spośród liczb $y_1, y_2, \ldots, y_5$ jest nieujemna i jednocześnie mniejsza od $1/4$. Te liczby to będą nasze „króliki". „Klatkami" będą odcinki $(0, 1/4]$, $(1/4, 1/2]$, $(1/2, 3/4]$, $(3/4, 1)$. Mamy więc 5 królików w 4 klatkach. Zatem przynajmniej dwa króliki muszą być w jednej z tych klatek. Wszystkie klatki mają szerokość $1/4$, więc dwa króliki siedzące w jednej klatce siedzą w odległości nie większej niż $1/4$. Chyba już widać, że to jest rozwiązanie.

Warto więc zaglądać do broszur OMG.