prosta łącząca środki odcinków AB i CD jest prostopadła do jego podstaw. Zatem obrót wokół niej o $180°$ zachowuje zarówno dany równoległościan, jak i czworościan $ABCD$. W takim razie środki sfery wpisanej i opisanej muszą leżeć na tej prostej.

Oczywiście w wielu przypadkach można przeprowadzić podobne rozumowanie, nie rozpatrując równoległościanu opisanego, jednakże operowanie nim pozwala lepiej uporządkować dane i wielokrotnie skraca czas myślenia nad zadaniem.

Zadania

Wskazówka do 4. Odległość między prostymi jest równa odległości między dwiema płaszczyznami, z których każda zawiera jedną z tych prostych i jest równoległa do drugiej.

Wskazówka do 5. W dowolnym równoległoboku suma kwadratów wszystkich jego boków jest równa sumie kwadratów przekątnych.

4. (ZWARDOŃ 2001) *Dany jest czworościan foremny $ABCD$ o krawędzi długości 1. Punkty P i Q są środkami odpowiednio krawędzi AB i CD. Obliczyć odległość między prostymi AQ i CP.*

5. (OM 32-III-6) *W czworościanie o objętości V suma kwadratów długości krawędzi wynosi S. Wykazać, że*

$$V \leqslant \frac{S\sqrt{S}}{72\sqrt{3}}.$$

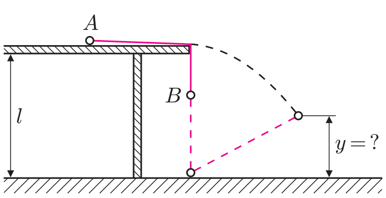
Więcej zadań na internetowej stronie *Delty*.

Michał KIEZA

Zadania

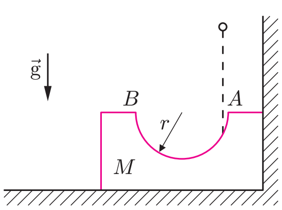
Redaguje Ewa CZUCHRY

F 763. Dwa jednakowe ciężarki A i B połączone są nicią długości l (rys. 1). W chwili początkowej ciężarek A leży na stole o wysokości l, ciężarek B wisi na nici na wysokości $2l/3$. Ciężarki zaczynają się poruszać. Dotknąwszy podłogi, ciężarek B przykleja się do niej, a w chwilę później ciężarek A spada ze stołu. Na jakiej wysokości nad podłogą będzie się znajdował ciężarek A w chwili, gdy nić znowu stanie się napięta?
Rozwiązanie na str. 17



Rys. 1

F 764. Prostopadłościenna cegła o masie M ma walcowe wgłębienie o promieniu $r = 20$ cm (rys. 2) i stoi ściśle przy pionowej ściance. Z jakiej maksymalnej wysokości nad cegłą, nad prawym brzegiem wgłębienia, można upuścić kamyczek o masie $m = M/5$, żeby nie wydostał się on poza leżący na drugim końcu wgłębienia punkt B? Tarcie zaniedbać.
Rozwiązanie na str. 17



Rys. 2

Redaguje Waldemar POMPE

M 1276. Liczby rzeczywiste a oraz b spełniają równości

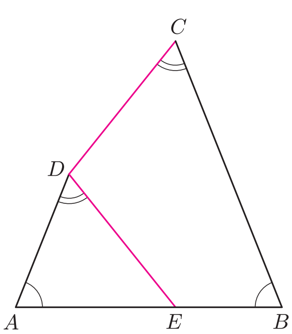
$$a^3 - 3a^2 + 5a = 1 \quad \text{oraz} \quad b^3 - 3b^2 + 5b = 5.$$

Wyznaczyć $a + b$.
Rozwiązanie na str. 24

M 1277. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym

$$\sphericalangle BAD = \sphericalangle ABC \quad \text{oraz} \quad BC = 2AD.$$

Na boku AB tego czworokąta wybrano taki punkt E, że $\sphericalangle ADE = \sphericalangle BCD$. Dowieść, że $CD = DE$.
Rozwiązanie na str. 17



Rys. 3

M 1278. Dana jest taka liczba naturalna n, dla której liczba $n + 1$ jest podzielna przez 24. Wykazać, że suma wszystkich dodatnich dzielników liczby n jest podzielna przez 24.
Rozwiązanie na str. 3