

Zastanówmy się, co właśnie osiągnęliśmy. Wyszliśmy od takiej instancji problemu pokrycia wierzchołkowego (grafu G oraz parametru k), że graf G miał więcej niż $4k$ wierzchołków. Przeraził w Uważny Czytelnik zauważy także, że w powyższej konstrukcji po kryjomu założyliśmy $k > 0$. Możemy, dla danego grafu G z parametrem k , powtarzać powyższą redukcję, dopóki jest to możliwe. Zauważmy, iż przy redukcji parametr k może się zmieniać – ale zawsze będzie malał. Mamy trzy możliwe zakończenia tej procedury:

1. pewna redukcja odpowie „NIE”, gdyż rozmiar skojarzenia M będzie za duży – wówczas wiemy, że w początkowym grafie odpowiedź też była „NIE”;
2. otrzymamy w wyniku redukcji parametr $k = 0$ – wówczas odpowiedź brzmi „TAK”, jeśli w grafie nie pozostała żadna krawędź, lub „NIE” w przeciwnym przypadku;
3. otrzymamy nowy zredukowany graf G z nowym parametrem k , taki że graf G ma co najwyżej $4k$ wierzchołków.



Rozwiązanie zadania F 761.
Bilans energii ma postać

$$q_1 \lambda + c q_1 (t_1 - t_2) = c q_2 (t_x - t_2).$$

Stąd

$$t_x = \frac{q_1 \lambda}{q_2 c} + t_2 \left(1 - \frac{q_1}{q_2}\right) + \frac{q_1}{q_2} t_1 = 72^\circ \text{C}.$$

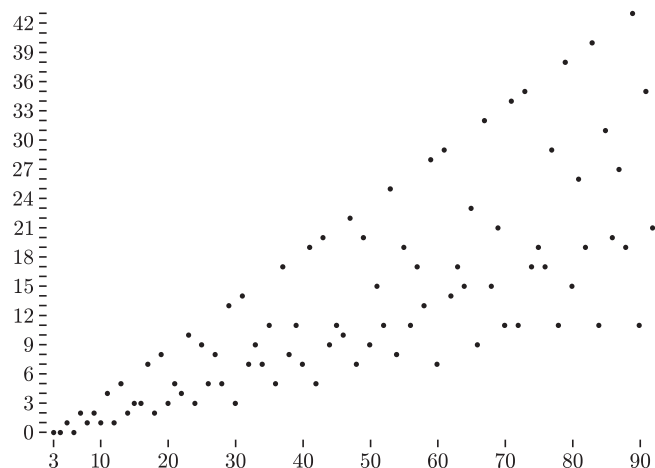
Pokazaliśmy właśnie, że algorytm polegający na aplikowaniu opisanej redukcji, dopóki jest to możliwe, prowadzi do zredukowania wyjściowego grafu do rozmiaru co najwyżej $4k$, gdzie k jest parametrem zredukowanej instancji, a więc jest nie większy od parametru oryginalnej instancji.

Wykonując powyższą konstrukcję trochę uważniej, można otrzymać jądro o $3k$ wierzchołkach, a komplikując dużo bardziej, da się dojść do algorytmu redukującego graf do $2k$ wierzchołków. Z drugiej strony, ostatnio udowodniono, że przy pewnych, rozsądnych założeniach z teorii złożoności nie istnieje jądro o k^γ krawędziach dla żadnego $\gamma < 2$.

Wiele NP-trudnych problemów ma niewielkie jądra. Bardzo często algorytmy redukujące są proste, opierają się na kombinatorycznych spostrzeżeniach, a nie na wielkiej teorii. Można by całą *Deltę* wypełnić opisami algorytmów jak ten powyżej, ale może jednak tego nie róbmy.

Ta sama funkcja trzema sposobami

Funkcję na ogół określa się za pomocą wykresu, tabelki lub wzoru. Oto ta sama funkcja $\#$ w tych trzech postaciach.



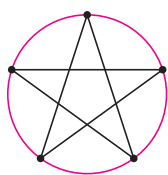
n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\#$	0	0	1	0	2	1	2	1	4	1	5	2	3	3	7	2	8	3
n	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
$\#$	5	4	10	3	9	5	8	5	13	3	14	7	9	7	11	5	17	8
n	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
$\#$	11	7	19	5	20	9	11	10	22	7	20	9	15	11	25	8	19	11
n	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74
$\#$	17	13	28	7	29	14	17	15	23	9	32	15	21	11	34	11	35	17
n	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
$\#$	19	17	29	11	38	15	26	19	40	11	31	20	27	19	43	11	35	21

$$\#(n) = \left(\frac{n}{2} \prod_{p_i | n} \left(1 - \frac{1}{p_i}\right) \right) - 1,$$

gdzie p_i przebiegają wszystkie dzielniki pierwsze liczby n ; na przykład $\#(100) = 19$.

Proszę sprawdzić, że funkcja ta oblicza, ile jest różnych wielokątów foremnych gwiazdzistych o n wierzchołkach.

Wielokąt foremny gwiazdzisty o n wierzchołkach to łamana zamknięta wpisana w okrąg, mająca wszystkie odcinki równej długości, większej od boku zwykłego n -kąta foremnego. Wynika z tego, że łamana taka ma samoprzecięcia. Najbardziej znanym przykładem jest, mający 5 wierzchołków, pitagorejski pentagram.



M. K.