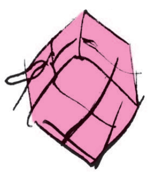
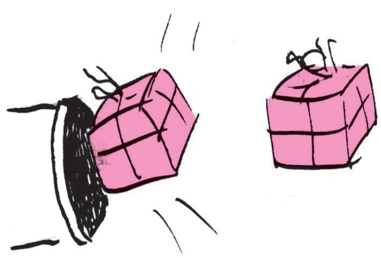
Rozwiązanie zadania M 1270.
Zauważmy, że $1 + p^2 = pq + qr + rp + p^2 = (p+q)(p+r)$ oraz analogicznie

$$1 + q^2 = (q+p)(q+r),$$

$$1 + r^2 = (r+p)(r+q).$$

Wobec tego $(1+p^2)(1+q^2)(1+r^2) = ((p+q)(q+r)(r+p))^2$, skąd bezpośrednio wynika teza.





Przy tak istotnym dla działania całego internetu mechanizmie istotne jest również dbanie o bezpieczeństwo, niezawodność oraz wydajność. To pierwsze w większości sprowadza się do stosowania filtrów, kto może, a kto nie, rozgłaszać trasy do konkretnych prefiksów (na podstawie danych urzędów przyznających adresy, np. RIPE). Niedopatrzenie w tej dziedzinie jakiś czas temu spowodowało, że pewien pakistański operator, chcąc zablokować dostęp do serwisu YouTube dla swoich klientów, zablokował go dla sporej części świata na kilka godzin (artykuł na ten temat: `http://www.ripe.net/news/study-youtube-hijacking.html`). W kwestii niezawodności i wydajności istnieje szereg mechanizmów. Oto kilka z nich:

BGP Route Flap Damping. Polega on na tym, że gdy jakiś router wysyła zbyt często informacje o zmianie konkretnej trasy, to sąsiad je otrzymujący przestaje na nie na pewien czas reagować, aby nie generować ciągłych zmian w tablicach routingu na wielu routerach w całej sieci, co mogłoby prowadzić do istotnego zwiększenia ich obciążenia oraz, w dużym stopniu, do utraty pakietów i ciągłej zmiany ich kolejności.

Agregacja prefiksów. Ponieważ pełna tablica routingu BGP wymaga coraz więcej zasobów (pamięci, procesora), stosuje się łączenie kilku wpisów w jeden. Np. jeśli jakiś AS rozgłasza adresy `193.0.96.0/24`, `193.0.97.0/24`, `193.0.98.0/24` oraz `193.0.99.0/24`, to można to zwinąć do `193.0.96.0/22` obejmującego wszystkie te adresy. W takiej sytuacji cała podsieć jest rozgłaszana, jeśli przynajmniej jeden z jej elementów jest osiągalny. Dzięki temu redukuje się wielokrotne wpisy z taką samą trasą i zastępuje jednym.

„Miękka” rekonfiguracja. Przy zmianie konfiguracji (np. ustawianiu parametrów *localpref*) istnieje konieczność ponownego przetworzenia tras, których ta zmiana dotyczy. Najprościej by było zrestartować proces, co spowodowałoby wyczyszczenie tablicy oraz zerwanie sesji BGP z sąsiednimi routerami, a następnie zestawienie ich z powrotem i pobranie aktualnych informacji. Taka operacja powoduje w praktyce, że router na kilka minut znika z internetu oraz wszystkie routery, do których był podłączony, mają dodatkową pracę w postaci ponownego przetworzenia tras, które przez niego przechodziły. Aby temu zapobiec, wprowadzono mechanizm umożliwiający tylko częściowe odświeżenie tablicy, np. ponowne przesłanie tras przechodzących przez dany AS (nie ruszając pozostałych).

4. Podsumowanie

Większość użytkowników internetu nie ma bezpośredniej styczności z głównym tematem tego artykułu, ale wydaje mi się, że warto wiedzieć, jak to działa, że to nie jest jakieś magiczne pudełko, które robi cuda, tylko efekt wieloletniej pracy inżynierów sieciowych, która teraz pozwala funkcjonować sieci na tak olbrzymią skalę, jaką jest cała Ziemia.

Reguła czy przypadek?

Gdy do wielomianu $x^2 + x + 11$ podstawiać będziemy kolejno liczby $0, 1, 2, \ldots, 9$, otrzymamy $11, 13, 17, 23, 31, 41, 53, 67, 83, 101$ – same liczby pierwsze. Dla 10 już tak nie będzie: wartość wielomianu dla $x = 10$ dzieli się przez 11.

To akurat dziwić nie powinno – każdy wielomian $x^2 + x + a$ dla $x = a - 1$ dzieli się przez a, ponieważ $(a-1)^2 + (a-1) + a = a^2$.

Ale Czytelnik Dociekliwy zauważy, że różnice kolejnych wartości to kolejne liczby parzyste: $2, 4, 6, \ldots, 18$. Czy to też reguła? I to okazuje się także prawidłowością, bowiem $k^2 + k = k(k+1) = 2 \cdot (1 + 2 + \ldots + (k-1) + k)$, a więc wartości każdego wielomianu $x^2 + x + a$ przy podstawieniu kolejnych liczb naturalnych m i $m+1$ różnić się będą o $2(m+1)$.

No to może wreszcie i fakt, że podstawiając kolejne liczby naturalne $0, 1, \ldots, (p-2)$ do wielomianu $x^2 + x + p$, gdzie p jest – jak 11 – liczbą pierwszą, otrzymujemy same liczby pierwsze, też jest prawidłowością? Np. dla 3 czy 5 się zgadza!

Okazuje się, że nie: poza wymienionymi trzema liczbami pierwszymi jest tak jeszcze tylko dla 17 i 41. Tyle że nie jest to, oczywiście, przypadek. Ale dowód tego faktu nie jest prosty, choć – zapewne – może sprawić Czytelnikowi Studiującemu wiele satysfakcji.

M. K.