

z tego, że czworoscian $ABCD$ jest niezdegenerowany. Po dokładniejszym przyjrzeniu się stwierdzamy, że dowód psuje się tylko w przypadku, gdy symetralne odcinków CC_1 i DD_1 pokrywają się (punkty A, B, M, N leżą wtedy na jednej prostej i nie można stąd wywnioskować, że $ABNM$ jest równoległobokiem, choćby zdegenerowanym do odcinka). To ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy $\sphericalangle DAB = \sphericalangle BAC + \sphericalangle DAC$. Jednakże w dowolnym niezdegenerowanym czworoscianie w każdym wierzchołku suma dwóch kątów płaskich jest większa od trzeciego, więc w przypadku niezdegenerowanym wspomniane proste nie mogą się pokryć. Na takie niespodzianki należy bardzo uważać, dlatego zawsze warto zastanowić się, co się dzieje w przypadku zdegenerowanym.

Zadania

4. (OM 51-III-4) W ostrosłupie prawidłowym o wierzchołku S i podstawie $A_1A_2\dots A_n$ każda krawędź boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 60° . Dla każdej liczby $n \geq 3$ rozstrzygnąć, czy można wybrać takie punkty B_2, B_3, \dots, B_n , leżące odpowiednio na krawędziach A_2S, A_3S, \dots, A_nS , że

$$A_1B_2 + B_2B_3 + B_3B_4 + \dots + B_{n-1}B_n + B_nA_1 < 2A_1S.$$

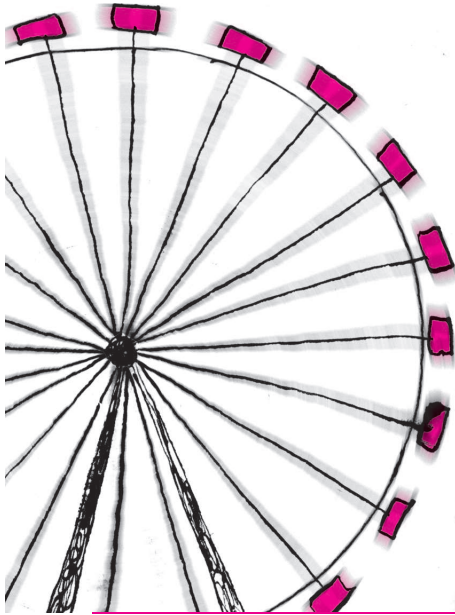
5. (UKR 1996) W czworoscianie $SABC$ zachodzą równości

$$\sphericalangle SAC + \sphericalangle CAB = \sphericalangle SBA, \quad \sphericalangle SAB + \sphericalangle CAB = \sphericalangle SCA, \quad SB + SC = SA.$$

Wyznaczyć miarę kąta między dwusiecznymi kątów płaskich ASB i ASC tego czworoscianu.

Więcej zadań na internetowej stronie *Delty*.

Michał KIEZA



Zadania

Redaguje Waldemar POMPE

M 1264. Ciąg x_1, x_2, \dots liczb całkowitych dodatnich jest określony rekurencyjnie w następujący sposób: liczba x_{n+1} powstaje z liczby x_n poprzez dodanie do niej wartości liczbowej pewnej niezerowej cyfry zapisu dziesiętnego liczby x_n . Rozstrzygnąć, czy tak określony ciąg x_1, x_2, \dots może składać się jedynie z liczb nieparzystych.

Rozwiązanie na str. 1

M 1265. Dany jest zbiór S na płaszczyźnie. Punkt $A \in S$ nazwiemy punktem *widokowym* zbioru S , jeśli dla każdego punktu $X \in S$ odcinek AX należy do zbioru S . Wykazać, że jeżeli punkty A i B są punktami widokowymi zbioru S , to każdy punkt odcinka AB jest także punktem widokowym zbioru S .

Rozwiązanie na str. 8

M 1266. Znaleźć 100-wyrazowy, niestały, ciąg arytmetyczny liczb całkowitych dodatnich, w którym każde dwa wyrazy są względnie pierwsze.

Rozwiązanie na str. 11

Redaguje Ewa CZUCHRY

F 755. Dwie bańki mydlane o promieniach r_1 i r_2 zlewają się, tworząc jedną bańkę o promieniu r_3 . Znając napięcie powierzchniowe σ , znaleźć ciśnienie atmosferyczne.

Rozwiązanie na str. 10

F 756. Woda w garnku jest podgrzewana za pomocą grzałki elektrycznej o mocy $P = 1000$ W. W ciągu dwóch minut temperatura wody wzrosła z 85°C do 95°C . Grzałka została wyłączona, a temperatura wody spadła w ciągu jednej minuty o jeden stopień. Ile wody znajdowało się w garnku? Ciepło właściwe wody wynosi $4,19 \cdot 10^3$ J/(kg · K).

Rozwiązanie na str. 24