Konkurs zadań astronomicznych

Na rozwiązania zadań A 23 i A 24 czekamy do 4 stycznia 2010 r. (decyduje data stempla pocztowego) pod adresem:

Centrum Astronomiczne
im. Mikołaja Kopernika
ul. Bartycka 18
00-716 Warszawa

z dopiskiem na kopercie „Konkurs *Delty*".

A 23. Podczas całkowitego zaćmienia Słońca ponad tarczą Księżyca można zaobserwować ogromne eksplozje na powierzchni Słońca, tzw. protuberancje. Jaki jest rozmiar takiej protuberancji w km oraz w stosunku do rozmiaru Ziemi, jeśli jej rozmiar kątowy wynosi 5 minut łuku? Odległość do Słońca to około $1{,}5 \cdot 10^8$ km, a średnica Ziemi to około 13 tys. km. [1 pkt]

A 24. W akceleratorze LHC naukowcy mają nadzieję wyprodukować małe czarne dziurki. Masa takiej czarnej dziurki mogłaby być 1000 razy większa od masy protonu ($m_\mathrm{p} = 1{,}6727 \cdot 10^{-27}$ kg). Gdyby taka mała czarna dziurka wpadła do szklanki z wodą i wyparowała (wskutek procesu Hawkinga), a energia z tego procesu zostałaby zamieniona na ciepło, to o ile stopni zostałaby podgrzana woda? Przyjmujemy, że szklanka ma pojemność 0,25 litra, a ciepło właściwe wody to $c_\mathrm{w} = 4{,}19 \cdot 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$. [2 pkt]

Rozwiązania zadań z numeru 10/2009

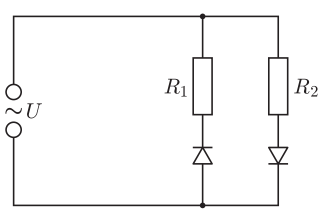
A 19. Zauważamy, że tor spadku swobodnego to połowa zdegenerowanej do odcinka elipsy, w której ognisku jest Ziemia, a apogeum leży na orbicie Księżyca. Jej półoś jest więc połową promienia orbity Księżyca. Okres obiegu T i półoś orbity a zgodnie z trzecim prawem Keplera spełniają zależność $T^2/a^3 = \mathrm{const}$, gdzie stała ta jest taka sama dla Księżyca i dla ciała spadającego swobodnie. Czas spadku swobodnego wyniesie więc

$$T = \frac{1}{2}\frac{1}{2^{3/2}} \cdot (\text{miesiąc gwiazdowy}) = 4{,}83 \text{ doby}.$$

A 20. Aby piloci widzieli Słońce nieruchome, samolot musiałby pokonać długość równoleżnika w dobę, czyli $2\pi R\cos\varphi/1000 = 24$ h, gdzie R oznacza promień Ziemi. Stąd $\varphi = 53{,}^\circ 2$, czyli w przybliżeniu jest to szerokość geograficzna Warszawy.

Zadania

Redaguje Ewa CZUCHRY



F 753. Dwa oporniki R_1 i R_2 oraz dwie diody podłączone są do źródła napięcia zmiennego U tak jak na rysunku. Znaleźć średnią moc wydzielaną w układzie.
Rozwiązanie na str. 2

F 754. Do źródła napięcia U_0 podłączono szeregowo opornik R_1 oraz opór zmienny $R_2 = R_{02} - aU$, gdzie U jest spadkiem potencjału na tym oporniku, a a jest stałe. Znaleźć natężenie prądu w obwodzie, zakładając, że znamy U_0, R_1, R_{02} i a.
Rozwiązanie na str. 22

Redaguje Waldemar POMPE

M 1261. Rozstrzygnąć, czy istnieją takie liczby $x_1, x_2, \ldots, x_{1001} \in \{-1, 1\}$, że

$$x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + \ldots + x_{1000}x_{1001} + x_{1001}x_1 = 499.$$

Rozwiązanie na str. 23

M 1262. Ostrosłup prawidłowy sześciokątny przecięto płaszczyzną, która przecina wszystkie jego krawędzie boczne. W przekroju otrzymano sześciokąt wypukły $ABCDEF$. Wykazać, że proste AD, BE i CF przecinają się w jednym punkcie.
Rozwiązanie na str. 24

M 1263. Liczba rzeczywista x ma następującą własność: dla każdej liczby całkowitej dodatniej q istnieje taka liczba całkowita p, że

$$\left| x - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{3q}.$$

Dowieść, że liczba x jest całkowita.
Rozwiązanie na str. 16