Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2010

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44M**
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
579 ($WT = 1{,}16$) i 580 ($WT = 2{,}55$)
z numeru 4/2009

Paweł Najman	Jaworzno	47,03
Tomasz Warszawski	Kraków	42,26
Janusz Olszewski	Warszawa	42,06
Zbigniew Galias	Kraków	42,05
Jerzy Cisło	Wrocław	41,58
Marek Prauza	Poraj	41,11
Tomasz Wietecha	Tarnów	37,49
Tomasz Tkocz	Rybnik	37,15

Paweł Najman: to już czwarte pełne okrążenie.

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 2010

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44F**
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
478 ($WT = 2{,}10$) i 479 ($WT = 2{,}95$)
z numeru 5/2009

Tomasz Wietecha	Tarnów	45,11
Andrzej Idzik	Bolesławiec	42,26
Krzysztof Magiera	Łosiów	32,48
Radosław Poleski	Kołobrzeg	23,47
Michał Koźlik	Gliwice	22,00
Jerzy Witkowski	Radlin	16,54

Pan Wietecha kończy siódmą rundę w klubie 44F, czyli czternastą (!) w obu Klubach łącznie.

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie http://www.mimuw.edu.pl/delta/regulamin.html.

Zadania z matematyki nr 591, 592

Redaguje Marcin E. KUCZMA

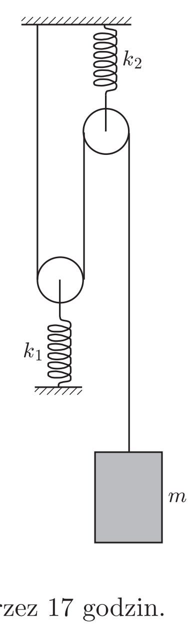
591. Liczby naturalne a, b, c są związane zależnością
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}.$$
Niech d będzie największym wspólnym dzielnikiem tych liczb. Dowieść, że iloczyn $abcd$ jest kwadratem liczby naturalnej.

592. Punkt P leży wewnątrz czworościanu $ABCD$. Proste AP, BP, CP, DP przecinają sfery opisane na czworościanach $PBCD$, $PCDA$, $PDAB$, $PABC$ odpowiednio w punktach K, L, M, N (różnych od P). Udowodnić, że
$$\frac{|AP|}{|AK|}\cdot\frac{|BP|}{|BL|}\cdot\frac{|CP|}{|CM|}\cdot\frac{|DP|}{|DN|}\leqslant\frac{1}{256}.$$
Zadanie 592 zaproponował pan Michał Kieza z Warszawy.

Zadania z fizyki nr 488, 489

Redaguje Jerzy B. BROJAN

488. Ciężarek o masie m wisi na nici, która owija się wokół dwóch nieważkich bloków ruchomych. Osie bloków są napięte sprężynkami o stałych sprężystości k_1 i k_2 (rysunek). Obliczyć okres pionowych drgań ciężarka wokół położenia równowagi.



489. Chemiczne oczyszczanie wzbogaconego uranu (tzn. zawierającego podwyższony procent rozszczepialnego izotopu ^{235}U, stosowanego w reaktorach jądrowych) może być przeprowadzane w zbiorniku z cieczą, w którym oczyszczony tlenek uranu opada na dno. Ciepło wytwarzane przez reakcję chemiczną jest odprowadzane przez wodę otaczającą zbiornik. W pewnym zakładzie stosującym tę technologię doszło do dość poważnego wypadku, gdy oczyszczano uran wzbogacony nie – jak zwykle – do 3%, ale do 19% (tak wysoko wzbogacony uran jest stosowany w reaktorach wysokotemperaturowych). Przyczyną wypadku było zaniedbanie polegające na przetwarzaniu tej samej ilości materiału, co zwykle, mimo wyższej zawartości izotopu rozszczepialnego. Uran osadzający się na dnie zbiornika przekroczył wskutek tego masę krytyczną i rozpoczęła się reakcja łańcuchowa, która trwała w sposób samoczynnie kontrolowany przez 17 godzin. Jakie zjawiska fizyczne lub chemiczne mogły być odpowiedzialne za kontrolowany przebieg reakcji, która nie rozwinęła się do skali wybuchu?

Rozwiązanie zadania M 1261.
Przyjmijmy, że wśród liczb $x_1x_2, x_2x_3, x_3x_4, \ldots, x_{1000}x_{1001}, x_{1001}x_1$ jest dokładnie a jedynek oraz dokładnie b minus-jedynek. Wtedy $a+b=1001$ oraz $a-b=499$, skąd otrzymujemy $a=750$ oraz $b=251$. Wobec tego
$$(x_1x_2\ldots x_{1001})^2=(x_1x_2)(x_2x_3)(x_3x_4)\ldots(x_{1000}x_{1001})(x_{1001}x_1)=(-1)^{251}=-1.$$
Otrzymaliśmy sprzeczność, z której wynika, że nie istnieją liczby spełniające warunki zadania.