



Rozwiązanie zadania F 752.

Moc prądu, przechodząca w ciepło na podłączonym oporniku, jest w każdej chwili proporcjonalna do kwadratu napięcia na kondensatorze U_C^2 , czyli energii kondensatora. Stąd wynika, że w każdej chwili energia kondensatora zmniejsza się tak, że

$$\frac{\Delta E_1}{E_1} = \frac{\Delta E_2}{E_2}.$$

W oznaczeniach naszego zadania

$$E_1 = \frac{1}{2}CU_0^2, \quad \Delta E_2 = W_2,$$

$$\Delta E_1 = W_1, \quad E_2 = E_1 - \Delta E_1,$$

zatem

$$\frac{W_1}{E_1} = \frac{W_2}{E_1 - W_1},$$

stąd

$$E_1 = \frac{W_1^2}{W_1 - W_2}.$$

Zatem

$$C = \frac{2E_1}{U_0^2} = \frac{2W_1^2}{U_0^2(W_1 - W_2)} \approx 280 \mu\text{F}.$$

Patrz w niebo

Od dawna wiemy, że gromady galaktyk wypełnione są bardzo rzadkim i bardzo gorącym (o temperaturze dziesiątków milionów kelwinów) gazem świecącym w zakresie rentgenowskim. Najpotężniejszym rentgenowskim źródłem na niebie jest gromada zwana Perseusz A, odległa o 80 Mpc. Kilka lat temu grupa angielskich astronomów za pomocą rentgenowskiego satelity Chandra uzyskała wyjątkowo ostre obrazy centralnych części gromady. Na zdjęciu zaobserwowano w szczególności liczne włókna zgęszczonego gazu wokół centrum największej aktywnej galaktyki gromady, NGC 1275, zawierającej supermasywną czarną dziurę. Czarna dziura emituje dwie wielkie strugi (dżety), które w otaczającym je gazie wytwarzają dwa bąble. Ten dość standardowy obraz zinterpretowano jednak w nie całkiem standardowy sposób, co ma ważne konsekwencje.

Bąble powstające na końcach dżetów muszą od czasu do czasu być niszczone wskutek ruchu samego gazu w galaktyce i są po jakimś czasie odtwarzane. Wszystko to powoduje, że w galaktyce powstaje skomplikowana struktura włókien zgęszczonego gorącego gazu, które biorą udział w obrocie galaktyki i zarazem wędrują ku jej krawędzi. Biegające przez galaktykę zgęszczenia i rozrzedzenia gazu to ostatecznie nic innego jak dźwięk, nawet gdy jego fala ma długość liczoną w kiloparsekach. Częstość tych fal oszacowano na 1 cykl na 10 mln lat. Media, gdy dowiedziały się o tym odkryciu, doniosły podobno, że czarna dziura w NGC 1275 buczy (wyje? trąbi?) pewien ton w przybliżeniu o 57 oktaw poniżej zakresu słyszalnego. Oczywiście, nieważne jest, jak efektywnie to zjawisko opisać, ważne jest natomiast, że fale dźwiękowe niosą energię, która w tym przypadku została oceniona na 100 mln przeciętnych supernowych dla jednego włókna. Jest to więc energia po prostu duża, jej źródłem jest, oczywiście, owa supermasywna czarna dziura, a przedstawione tu niemal poetycko zjawisko to mechanizm odprowadzania energii z czarnej dziury. Mechanizm ten wydaje się nie do pominięcia przy modelowaniu ewolucji aktywnych galaktyk.

Tomasz KWAST

Listopad

W listopadowe wieczory – o ile, oczywiście, jest dobra pogoda – nie można nie zerknąć w kierunku Wielkiej Mgławicy Andromedy, najbliższej „innej” galaktyki (jeżeli nie liczyć niewidocznych z Polski Obłoków Magellana). Ta bez trudu dostrzegalna galaktyka przesuwana się wieczorem w pobliżu zenitu, dzięki czemu warunki jej obserwowania są najlepsze. Na północ od Andromedy znajdziemy Kasjopeję, której pięć dość jasnych gwiazd układa się w poszerzoną literę W lub M – nie sposób nie zauważyć. Jest to gwiazdozbiór okołobiegunowy, czyli widać go przez cały rok, niemniej właśnie jesienią znajduje się wieczorami blisko zenitu. Ponieważ leży w Drodze Mlecznej, każde spojrzenie przez lornetkę daje wspaniały widok. Wyjątkowymi tam obiektami – niestety, niewidocznymi – są: radioźródło Cassiopeia A, tj. pozostałość po supernowej z roku około 1700, która wskutek zbiegu okoliczności w ogóle nie została zarejestrowana w kronikach, oraz galaktyka Maffei 1 widoczna tylko w podczerwieni, gdyż przesłania ją warstwa „naszej” materii międzygwiazdowej (nazwa galaktyki to nazwisko włoskiego astronoma, który ją odkrył w 1968 roku).

Wenus jest w Wadze, jak i Słońce, zatem jej nie widać. Mars jest w Raku i widać go przez całą noc. Jowisz jest w Koziorożcu i wieczorem zachodzi. Saturn jest w Pannie i wschodzi bardzo późną nocą. Pełnia Księżyca wypada 2 XI, a nów 16 XI. Żadnych zakryć jasnych gwiazd nie będzie – w październiku skończyła się seria zakryć Antaresa, a żadna nowa nie zaczęła się. Przewiduje się trzy roje meteorów: Taurydów około 7 XI, Leonidów około 15 XI i Andromedydów około 23 XI, wszystkie jednak mało obfite. Tak więc listopad będzie ubogi w zjawiska; zresztą w listopadzie niebo na ogół i tak jest zachmurzone...

T. K.



Rozwiązanie zadania M 1260.

Jeśli liczba $2^n + n^2$ jest liczbą pierwszą, n musi być liczbą nieparzystą. Pozostaje zatem wykazać, że liczba n jest podzielna przez 3.

Ponieważ dla każdej liczby całkowitej dodatniej k jest $2^{2k} \equiv 1 \pmod{3}$, więc także $2^{2k+1} \equiv 2 \pmod{3}$. Stąd wynika, że liczba $2^n - 2$ jest podzielna przez 3. Wobec tego liczba $n^2 + 2$ nie może być podzielna przez 3 (w przeciwnym razie liczba $(2^n - 2) + (n^2 + 2) = 2^n + n^2$ nie byłaby liczbą pierwszą). To jednak możliwe jest jedynie wtedy, gdy liczba n jest podzielna przez 3.