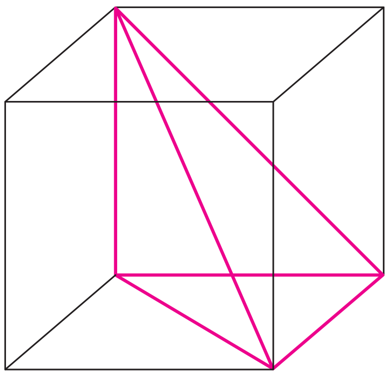


Rys. 1

Rys. 2

Takie sobie zadanka

1. Rozetnij narysowany obok (wycięty z sześcianu – rys. 1) czworościan na cztery części, z których będzie można złożyć graniastosłup.

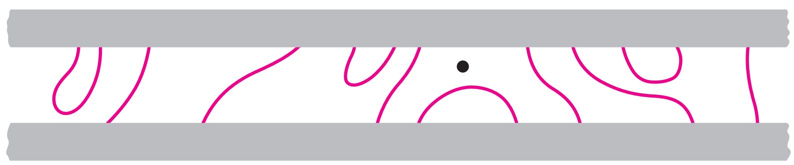
2. Z Dęblina do Modlina ($d = 120$ km) i z powrotem przy bezwietrznej pogodzie samolot leci godzinę. Czy będzie leciał krócej, czy dłużej, jeśli przez cały czas będzie wiał wiatr południowy z prędkością 60 km/godz?

3. Na rysunku 2 jest pokazany podział koła na części powstałe w ten sposób, że zarówno górne, jak dolne półkole podzieliliśmy półokręgami – linie podziału dzielą poziomą średnicę na równe odcinki. Udowodnij, że pole każdego sektora jest takie samo.

4. Kostka do gry ma na przeciwległych ściankach liczby punktów, których suma jest równa 7. Ile jest różnych kostek do gry? Zakładamy, że interesuje nas tylko, ile jest punktów na danej ściance, a nie, jak są na niej rozmieszczone.

5. Dany jest ułamek $\frac{a}{b}$. Znajdź wszystkie liczby wymierne w, które można przedstawić w takiej postaci $w = \frac{p}{q}$, że $\frac{a+p}{b+q} = \frac{a}{b}$.

6. Krzywa zamknięta (bez samoprzecięć) przecina brzegi pasa równoległego w dwudziestu punktach (12 u góry i 8 na dole) – jak na poniższym rysunku.

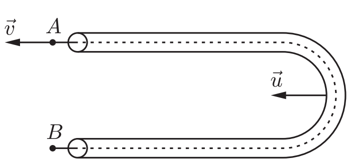


Czy zaznaczony punkt znajduje się w ograniczonym obszarze, którego brzegiem jest ta krzywa, czy też na zewnątrz niego?

Marek KORDOS

Zadania

Redaguje Ewa CZUCHRY



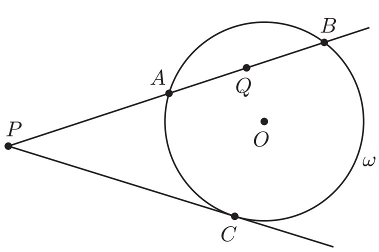
Rys. 1

F 745. Wewnątrz leżącej na stole rurki w kształcie litery U i o masie M znajduje się nierozciągliwa nić o masie m (rys. 1). Początkowo w każdej „odnodze" rurki znajduje się połowa nici. Układ został wprawiony w ruch tak, że prędkość końca A nici jest równa v, a końca B jest równa zeru. Z jaką prędkością będzie poruszać się rurka w chwili, gdy nić będzie z niej wylatywała? Tarcie zaniedbać. Przyjąć, że część nici w zagięciu rurki jest zaniedbywalnie mała.
Rozwiązanie na str. 6

F 746. W szerokim pionowym cylindrze znajduje się n ($n \gg 1$) podskakujących piłeczek o masie m każda, przykrytych tłokiem o masie M znajdującym się na wysokości h względem dna cylindra. Piłeczki odbijają się sprężyście od dna i od tłoka. Układ znajduje się w stanie równowagi. Na jaką wysokość podskoczą piłeczki po usunięciu tłoka? Zaniedbać tarcie tłoka o ściankę cylindra oraz ciśnienie atmosferyczne.
Rozwiązanie na str. 23

Redaguje Waldemar POMPE

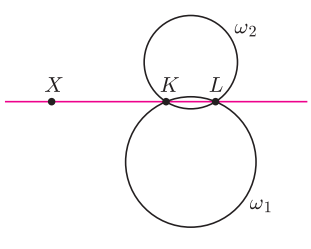
Dany jest okrąg ω o środku O i promieniu r oraz punkt P.
Wielkość $\mathrm{pot}(P,\omega) = PO^2 - r^2$ nazywamy *potęgą punktu P względem okręgu ω*.
Niniejsze zadania poświęcone są przedstawieniu kilku własności potęgi. Patrz też str. 21.



Rys. 2

M 1249. Przez punkt P leżący na zewnątrz okręgu ω poprowadzono prostą, która przecina okrąg ω w punktach A i B i prostą, która jest styczna do okręgu ω, w punkcie C (rys. 2). Udowodnić, że $\mathrm{pot}(P,\omega) = PC^2 = PA \cdot PB$.
Rozwiązanie na str. 6

M 1250. Przez punkt Q leżący wewnątrz okręgu ω poprowadzono prostą, która przecina okrąg ω w punktach A i B (rys. 2). Dowieść, że $\mathrm{pot}(Q,\omega) = -QA \cdot QB$.
Rozwiązanie na str. 7



Rys.3

M 1251. Dane są okręgi ω_1, ω_2 odpowiednio o środkach O_1, O_2, przy czym $O_1 \neq O_2$. Wykazać, że zbiorem tych punktów X, które spełniają równość $\mathrm{pot}(X,\omega_1) = \mathrm{pot}(X,\omega_2)$, jest prosta prostopadła do prostej O_1O_2.
Rozwiązanie na str. 24

Z zadań 1249 oraz 1250 wynika, że dla dowolnej prostej przechodzącej przez punkt P i przecinającej ustalony okrąg ω w punktach A i B, wielkość $PA \cdot PB$ jest stała, niezależna od wyboru prostej. Jeśli okręgi ω_1 i ω_2 przecinają się w punktach K i L, to punkt X spełniający równość z zadania 1251 leży na prostej KL (rys. 3). Wynika to z obserwacji, że dla każdego z punktów K i L spełniona jest ta równość.