Planck i tłustawe basety w kosmosie

Krzysztof TURZYŃSKI

W 1899 roku Max Planck zaproponował nowy układ jednostek fizycznych, rozwijając wcześniejszy o kilka lat pomysł George'a Stoneya. Dotychczas stosowane jednostki fizyczne powiązane były z wielkościami charakteryzującymi ludzkie ciało (łokieć), inne istoty żywe (karat) lub wynikały z politycznie uwarunkowanych decyzji (kilogram, metr). Ten nowy, naturalny układ jednostek, nazwanych później jednostkami Plancka, nie zależy ani od arbitralnie wybranych miar, ani od swoistych właściwości ciał, takich jak masa elektronu. Zamiast tego bazuje on na podstawowych stałych fizycznych: stałej grawitacyjnej G występującej w równaniu Newtona na siłę grawitacyjną, prędkości światła w próżni c, stałej h, pojawiającej się w mechanice kwantowej i nazwanej później stałą Plancka, oraz stałej Boltzmanna k. Wymiary tych stałych zebrane są w poniższej tabeli.

oznaczenie	wymiar
G	długość^3 × czas^{-2} × masa^{-1}
c	długość × czas^{-1}
h	długość^2 × czas^{-1} × masa
k	długość^2 × czas^{-2} × masa × temperatura^{-1}

Ze stałych tych można utworzyć jednostki pochodne:
długości $\ell_P = \sqrt{\mathrm{G}h/\mathrm{c}^3} \approx 10^{-35}$ m, czasu $t_P = \sqrt{\mathrm{G}h/\mathrm{c}^5} \approx 10^{-43}$ s,
masy $m_P = \sqrt{h\mathrm{c}/\mathrm{G}} \approx 10^{-8}$ kg i energii $E_P = \sqrt{h\mathrm{c}^5/\mathrm{G}} \approx 10^9$ J.

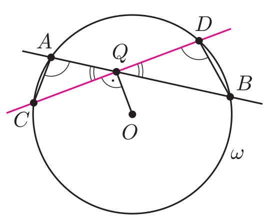
Fizycy śniący o teorii ostatecznej, unifikującej kwantową teorię pola z ogólną teorią względności, uważają, że przy energiach oddziaływania równych energii Plancka dotychczasowe modele cząstek elementarnych i grawitacji należy zastąpić jakąś nową, lepszą teorią. Czy energia Plancka jest duża? I bardziej praktycznie, czy jest to energia wystarczająca do wysłania w kosmos świni? A może kota, dużego psa albo słonia?

Niech naszym przykładowym zwierzęciem będzie pies rasy baset, której przedstawiciele osiągają masę do 25 kg. Jeśli taki dwudziestopięciokilogramowy baset porusza się z prędkością v (dużo mniejszą od prędkości światła w próżni), taką że jego energia kinetyczna $mv^2/2$ równa jest energii Plancka, prędkość jego ruchu wynosi $v = \sqrt{2E_P/m}$, czyli nieco ponad 12 km/s. Przewyższa ona drugą prędkość kosmiczną, czyli prędkość niezbędną do opuszczenia ziemskiego pola grawitacyjnego. Widzimy zatem, że energia Plancka wystarcza na wysłanie w kosmos kota lub, dajmy na to, tłustawego baseta. Mastifa możemy wprowadzić za jej pomocą na orbitę okołoziemską, świnię zaś, o ile nie jest trzymaną jako zwierzątko domowe świnią miniaturką, i słonia możemy co najwyżej porządnie podrzucić.

W rozumowaniu powyższym tkwi wszakże mały szkopuł. Wyobraźmy sobie, że mamy kwantowograwitacyjne działo, które strzela w baseta elektronami o energii Plancka i baset może – jako całość – oddziaływać z tymi elektronami. Z zasad zachowania energii i pędu wynika, że po centralnym zderzeniu baseta z elektronem baset może osiągnąć prędkość co najwyżej około 0,5 m/s. Oznacza to, że nadanie ciałom makroskopowym energii Plancka poprzez zderzenia z bardzo energetycznymi cząstkami wymagałoby wielkiej liczby takich zderzeń. Nasze założenie jest jednak nierealistyczne – w praktyce ów bardzo wysokoenergetyczny elektron oddziaływałby z pojedynczymi cząstkami składającymi się na baseta, przekazując im ułamek swojej energii i wybijając je z baseta, co temu ostatniemu nie czyniłoby przeważnie specjalnej szkody.

Czytelnik Wnikliwy zauważył już zapewne, że w powyższych rozważaniach całkowicie zaniedbaliśmy opory ruchu, co byłoby stosowne dla punktowych, a nie rozciągłych basetów i innych stworzeń. Ale taka już jest uroda eksperymentów myślowych – zwłaszcza stanowiących w miarę proste ilustracje zjawisk fizycznych.

Rozwiązanie zadania M 1250.
Teza zadania jest spełniona, gdy punkt Q pokrywa się ze środkiem O okręgu ω. Przyjmijmy więc, że $Q \neq O$. Przez punkt Q poprowadźmy prostą prostopadłą do prostej OQ, która przecina okrąg ω w punktach C i D.



Wówczas $QC = QD$.

Z równości $\sphericalangle AQC = \sphericalangle BQD$ oraz $\sphericalangle CAQ = \sphericalangle BDQ$ wynika, że trójkąty ACQ i DBQ są podobne. Wobec tego

$$\frac{QA}{QC} = \frac{QD}{QB},$$

skąd uzyskujemy $QA \cdot QB = QC \cdot QD = QC^2 = CO^2 - QO^2 = -\mathrm{pot}(Q, \omega)$, czyli równość, której należało dowieść.