



Rozwiązanie zadania M 1242.

Zauważmy, że jeśli liczba n jest żądanej postaci, to także liczba $2n$ jest tej postaci. Ponadto

$$1 = \frac{2^2 - 2}{2^2 - 2}, \quad 3 = \frac{2^3 - 2}{2^2 - 2}, \quad 5 = \frac{2^5 - 2}{2^3 - 2}, \\ 7 = \frac{2^4 - 2}{2^2 - 2}, \quad 9 = \frac{2^7 - 2}{2^4 - 2}.$$

Stąd wynika, że każda z liczb $1, 2, \dots, 10$ da się przedstawić w żądanej postaci.

Wykażemy teraz, że nie istnieją liczby całkowite dodatnie a, b, c, d , dla których

$$11 = \frac{2^a - 2^b}{2^c - 2^d}.$$

Bez straty ogólności możemy przyjąć, że $c > d$, wówczas $a > b$. Podstawiając $m = a - b$, $n = c - d$, $k = b - d$, otrzymujemy zależność

$$(1) \quad 11(2^n - 1) = 2^k(2^m - 1).$$

Stąd wynika, że $k = 0$. Z kolei dla $n = 1$ nie istnieje liczba całkowita dodatnia m spełniająca zależność (1).

A zatem $m > n > 1$. Wówczas liczby $2^m - 1$ i $2^n - 1$ dają resztę 3 z dzielenia przez 4. Stąd obie strony zależności (1) dają różne reszty z dzielenia przez 4.

Otrzymana sprzeczność dowodzi, że liczby 11 nie da się przedstawić w żądanej postaci.

Patrz w niebo

Przekonanie, że każda galaktyka zanurzona jest w wielkim obłoku ciemnej materii, jest powszechnie akceptowane. Ta tajemnicza, niewidoczna materia ma gęstość 5–10 razy większą niż wszelkie rodzaje widocznej (świecącej) materii razem wzięte, a dowodzi tego natężenie pola grawitacyjnego, rządzącego ruchem gwiazd obiegających centra swoich galaktyk. Jest tak w każdym razie dla galaktyk spiralnych, a powinno chyba dotyczyć również galaktyk eliptycznych. Tymczasem przeprowadzone już kilkanaście lat temu obserwacje jasnej galaktyki eliptycznej M105 wykazały, że w ogóle nie ma ona ciemnej materii. Tego rodzaju badania galaktyk eliptycznych są trudne, gdyż – w przeciwieństwie do spiralnych – nie zawierają gazu międzygwiazdowego, którego linie widmowe umożliwiłyby dość dokładne wyznaczenie prędkości obiegowych materii w zewnętrznych obszarach galaktyki. Rzecz w tym, że w zewnętrznych obszarach galaktyk gwiazdy są zbyt rzadkie, oraz że ich nakładające się (a więc w sumie rozmyte) linie widmowe nie zapewniają takiej dokładności dopplerowskich pomiarów prędkości, jaką zapewniłyby ostre linie widmowe obłoków gazu.

Trzeba się więc pogodzić z tym, że w galaktykach eliptycznych nie ma ciemnej materii. Rzecz jasna, pozostaje niebanalne pytanie: dlaczego tak jest (oczywiście, o ile obserwacje są pewne, o ile nie da się ich inaczej zinterpretować, o ile nie pojawiają się inne obserwacje przeczące dotychczasowym itd.)? Niektórzy badacze uważają, że przyczyną jest fakt, iż galaktyki eliptyczne należą zazwyczaj do gęstych gromad galaktyk. Częste w takiej sytuacji zderzenia (spotkania) galaktyk powodują usuwanie z nich gazu, a zatem – być może – również ciemnej materii. Jest to o tyle gołosłowne, że zakłada, iż ciemna materia to coś zbliżonego do gazu międzygwiazdowego. Tymczasem o ciemnej materii ciągle nie mamy żadnych wiadomości (poza tą – jak powiedzieliśmy – że ma ona masę, bo podlega prawu grawitacji) i wydaje się, że podejrzenie takiego jej podobieństwa do zwykłego gazu nie jest usprawiedliwione.

Tomasz KWAST



Maj

Okazały gwiazdozbiór Lwa, widoczny w majowe wieczory wysoko na niebie, otaczają cztery inne tak niewyraźne, że przy nawet tylko nieco zanieczyszczonej atmosferze lub w obecności miejskich świateł właściwie nie widać tam żadnej określonej konfiguracji gwiazd. Jednak starożytni Grecy żyli w warunkach bardziej ekologicznych i wyróżnili tam Raka (na zachód od Lwa) i Warkocz Bereniki (na wschód). Oba wywodzą się z mitologii i oba są gwiazdozbiorami zodiakalnymi. Dopiero w czasach nowożytnych utworzono tam na północ od Lwa gwiazdozbiór Małego Lwa i na południe Sekstantu. Oba te gwiazdozbiory wprowadził na niebo Jan Heweliusz. Rzeczywiście, nie ma w nich interesujących amatora obiektów, natomiast w dwóch mitologicznych takie obiekty są. Ponieważ jednak Lew leży daleko od Drogi Mlecznej, są nimi głównie galaktyki, a więc obiekty z trudem widoczne nawet przez lunetę, znacznie lepiej na zdjęciach. W samym Lwie znajduje się gromada galaktyk położona w odległości około 10 Mpc. Najjaśniejsze tam galaktyki mają jasność między 8 a 9 mag, czyli można je w zasadzie dostrzec przez amatorską lunetę, co prawda przy dobrej pogodzie.

Wenus i Mars są w Rybach i wschodzą na krótko przed wschodem Słońca. Jowisz jest w Koziorożcu i widać go w drugiej połowie nocy, a Saturn we Lwie i wcześniej wieczorem zachodzi. Pełnia Księżyca wypada 9 V, a nów 24 V. Księżyc zakryje Antaresa 10 V, co zobaczą mieszkańcy Afryki, Bliskiego Wschodu, Arabii, Indii i Chin. W okolicach 5 V można obserwować meteory z niezbyt obfitego roju Eta Akwarydów.

T. K.



Rozwiązanie zadania F 740.

Oznaczmy przez l odległość wierzchołka stożka od dna naczynia. Mamy wtedy $l^2/h^2 = S_0/S$. Maksymalna siła wyporu działa, gdy poziom wody sięga podstawy stożka. Stąd

$$(\rho_0 - \rho)g \frac{hS}{3} - \rho_0 g \frac{LS_0}{3} - \rho_0(h-l)S_0 = 0.$$

Wstawiając do powyższego równania zależność między h i l , otrzymujemy

$$\rho = \rho_0[1 + 2(S_0/S)^{3/2} - 3S_0/S].$$

