

Rys. 5. Wynik działania programu dla  $z_E = 2$ ,  $S = (0, 0, 3\frac{1}{5})$ ,  $r = 1\frac{1}{10}$ ,  $L = (1\frac{1}{2}, 1, 1)$ .

```

function natężenie( $x_E, y_E, z_E$ )
   $E := x_E^2 + y_E^2 + z_E^2$ 
   $S := x_S^2 + y_S^2 + z_S^2$ 
   $C := x_E x_S + y_E y_S + z_E z_S$ 
   $\Delta := C^2 - E(S - r^2)$ 
  if  $\Delta \leq 0$  then return 1/2
   $t := (C - \sqrt{\Delta})/E$ 
   $(x_P, y_P, z_P) := (tx_E, ty_E, tz_E)$ 
   $(x_N, y_N, z_N) := (x_P - x_S, y_P - y_S, z_P - z_S)$ 
   $(x_K, y_K, z_K) := (x_L - x_P, y_L - y_P, z_L - z_P)$ 
   $K := x_K^2 + y_K^2 + z_K^2$ 
   $D := x_N x_K + y_N y_K + z_N z_K$ 
  if  $D \leq 0$  then return 0
  return  $ID/r\sqrt{K}$ 

```

**Co dalej?** Powyższy program był prościutką realizacją ogólnej metody generowania trójwymiarowych obrazów znanej jako śledzenie promieni (ang. *ray tracing*). Zachęcamy Czytelników do eksperymentów i poszerzenia programu o nowe możliwości. Proponujemy dodać większą liczbę kul i źródeł światła, nowe obiekty, np. płaszczyzny (konieczny będzie nowy algorytm wyznaczania przecięć), cienie (należy badać, czy wektor padania światła nie przecina innych obiektów), czy też obiekty o błyszczącej powierzchni (należy zastosować inny model oświetlenia, np. model Phong'a).

Gwarantujemy, że otrzymane efekty wizualne wynagrodzą trud włożony w samodzielne napisanie takiego programu.



## Zadania

Redaguje Waldemar POMPE

**M 1237.** Udowodnić, że dla dowolnych liczb całkowitych  $m, n$ , gdzie  $m > n > 0$ , spełniona jest nierówność

$$\text{NWW}(m, n) + \text{NWW}(m+1, n+1) > \frac{2mn}{\sqrt{m-n}}.$$

Rozwiązanie na str. 5

**M 1238.** Dane są trzy trójkątne kwadraty o różnych współczynnikach przy  $x^2$ . Wiadomo, że wykresy każdego dwóch z nich mają dokładnie jeden punkt wspólny. Wykazać, że istnieje punkt wspólny wykresów wszystkich trzech trójkątów.

Rozwiązanie na str. 6

**M 1239.** Punkt  $M$  jest środkiem boku  $AB$  trójkąta ostrokątnego  $ABC$  (rys. 1). Punkty  $D$  i  $E$  są spodkami wysokości tego trójkąta, poprowadzonych odpowiednio z wierzchołków  $A$  i  $B$ . Prosta przechodząca przez punkt  $M$  i prostopadła do prostej  $DE$  przecina prostą  $AD$  w punkcie  $K$ . Dowieść, że punkty  $A, M, K, E$  leżą na jednym okręgu.

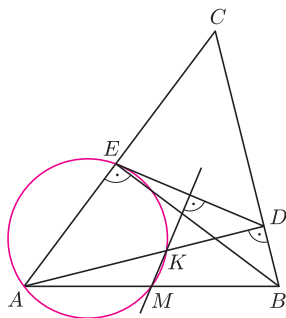
Rozwiązanie na str. 24

Redaguje Ewa CZUCHRY

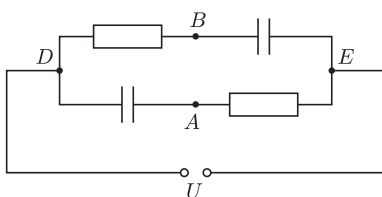
**F 737.** Do źródła prądu zmiennego o napięciu skutecznym  $U_0 = 220$  V podłączono obwód pokazany na rysunku 2. Jakie jest napięcie między punktami  $A$  i  $B$ ?  
Rozwiązanie na str. 5

**F 738.** Do źródła prądu zmiennego o napięciu 220 V i częstotliwości 50 Hz podłączono szeregowo dwa kondensatory o pojemności  $1 \mu\text{F}$  każdy. Następnie równolegle do jednego z nich dołączono opornik  $R = 100$  k $\Omega$  (rys. 3). Znaleźć średnią moc tego układu.

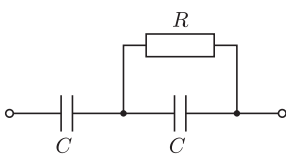
Rozwiązanie na str. 24



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3