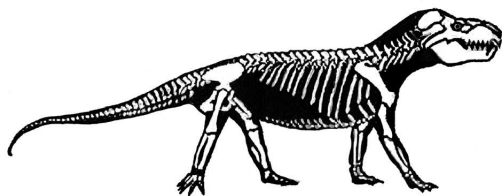




mała delta



Dzieje świata faktoriałem odmierzane

Jeden razy dwa razy trzy razy kropki razy n to, jak wiadomo, n silnia (a gdy uszeregować czynniki malejąco, to będzie słabnia?). Po angielsku *factorial*; w większości języków europejskich używany jest podobny (łaciniopochodny) termin z nieznacznymi różnicami w pisowni i wymowie. Jeżeli dobrze poszukać, można znaleźć stare polskie podręczniki, w których pojawia się słówko *faktorial*; też ładnie.

Ale mniejsza o nazwę; $(0!, 1!, 2!, 3!, \dots)$ to ważny ciąg. Wszyscy wiedzą, że jest on szybko rosnący. O tak, wielu z nas wie, że w kombinatoryce pojawiają się w sposób naturalny ciągi rosnące jeszcze znacznie szybciej. Zatrzymajmy się jednak przy ciągu $(n!)$, którego rola w matematyce wykracza daleko poza rozważania kombinatoryczne; wystarczy choćby przypomnieć sobie rozwinięcia potęgowe różnych funkcji elementarnych i mianowniki ich współczynników.

Jako się rzekło, ciąg rośnie szybko. A jak szybko? Nie zamierzamy w tym eseiku wywoływać wzoru Stirlinga. Proponujemy Czytelnikowi bardziej poglądowe spojrzenie na ów ciąg, a raczej na jego niewielki kawałek.

Przypomina mi się nocna podróż pociągiem z grupką uczniów; jechaliśmy na jakąś wycieczkę turystyczną, zajmowaliśmy trzy ośmioosobowe przedziały. Ktoś rzucił myśl, żeby co sekundę zmieniać miejsca, tak, by pojawiły się wszystkie możliwe usadzenia – zajmie to całą noc. Po chwili stało się jasne dla wszystkich, że nie tylko tę jedną noc. Cały rok na tym zjeździe, padło takie zdanie. Zaiste, rok okaże się nieco poręczniejszą jednostką czasu, gdy zaczniemy sobie uzmysławiać, jak długo właściwie trwa $24!$ sekund.

Pobawmy się więc. Spróbujmy skupić uwagę na wydarzeniach z przeszłości, odległych od chwili obecnej o okresy czasu, mierzone w sekundach – liczbami, które są wartościami faktoriałów niewielkich liczb naturalnych.

Cóż więc się działo $n!$ sekund temu? No tak, $10!$ sekund to sześć tygodni, $11!$ sekund to rok z kawałkiem – za mało, by mówić o perspektywie dziejowej. Zanurkujmy głębiej:

$12!$ sekund temu – od dwóch lat (a może czterech, zależy jak liczyć) nie ma Polski Ludowej, zastąpionej przez liberalno-rynkową; sporej części narodu wydaje się naiwnie, że to zmiana na lepsze... A u naszych sąsiadów? Właśnie znikła z mapy Czechosłowacja.

$13!$ sekund temu – matematyków zainteresuje, że oto dobiega końca rok, w którym urodził się Évariste Galois. Krajami Europy potrząsa Mały Cesarz, jest u szczytu swych dokonań; nazwa Borodino zaś nic nikomu jeszcze nie mówi. Nad Wisłą mamy Księstwo Warszawskie.



14! sekund temu – tereny nadwiślańskie to podmokłe knieje, z rzadka przetykane prymitywnymi osadami; ale gdzie indziej cywilizacja wysoka; taka Asyria, na przykład, przeżywa trzeci już okres świetności, wkrótce zada kres zmierzchającej potędze Egiptu. Peloponez, wyspy Morza Egejskiego i wybrzeża Azji Mniejszej widzą rozkwit kultury achajskiej. Wielki Bard tworzy epos o Wojnie Trojańskiej.

15! sekund temu – zimno; to już ostatnie z plejstocenijskich zlodowaceń (północnopolskie, Würm). Neandertalczyki operują całkiem zmyślnymi narzędziami i dominują na terenach europejskich, choć już zaczyna im stwarzać konkurencję człowiek z Cro-Magnon z pierwszą w dziejach kulturą, gdzie można mówić o estetyce (zdobienia, malowidła); no i mamy zaczątki gatunku, z którego my się wywodzimy i który arogancko a nieskromnie i mało zasadnie nazwaliśmy człowiekiem rozumnym.

16! sekund temu – jeszcze zimniej; największe (na naszym terenie) zlodowacenie (południowopolskie, Minder); będzie trwało jeszcze długo. Pithekanthrop posługuje się prymitywnymi narzędziami kamiennymi; kto wie, może zdarza mu się upolować mamuta – a może już nawet umie rozniecić i podtrzymać ogień.

17! sekund temu – miocen; o człowieku (nawet tak pierwotnym jak australopitek) mowy jeszcze nie ma, nie tylko u nas, ale na całym globie; wszelako większość obecnych rodzin ptaków i ssaków już istnieje. Karpaty, Alpy już w zasadzie ukształtowane, trwa ich końcowe dofałdowanie.

18! sekund temu – Sudety od dawna uformowane, stoją krzepko. Dinozaury w pełnym rozkwicie, nieświadome, że ląd ogromny PraGea zacznie się rozpadać. Ale, ale – najpierwsze ssaki już się pojawiły; kiedyś to one staną się gromadą dominującą... Oto kończy się trias, jeszcze tylko jura, kreda – i niewiele z was, nieszczęsne gadziska, pozostanie.

19! sekund temu – Układ Słoneczny kursuje według rozkładu jazdy zbliżonego do dzisiejszego. Ziemia ma już skorupę, całkiem zastygłą. Jeszcze trochę – z grubsza tyle, ile będzie trwała (znacznie później, rzecz jasna) cała era paleozoiczna – a pojawią się pierwociny życia na poziomie komórkowym (choć bez jąder); zaczną się ery prekambru.

20! sekund temu – nie za bardzo dokładnie wiadomo, co jest, było lub będzie – w ogóle nie wiadomo, co to znaczy *być*. Samo pojęcie *czasu* wydaje się w tym oddaleniu mocno ryzykowne. Jeśli jednak przyjmujemy (naiwną?) liniowo-jednostajną jego koncepcję, stwierdzimy, że czas, który ma upłynąć do chwili obecnej, jest bardzo długi. Gdy miną cztery piąte owego czasu, nastąpi moment, w którym – według modnych obecnie hipotez – lokowane jest ciekawe wydarzenie, umownie nazywane Big Bang.

To może zrezygnujemy z ambicji cofnięcia się o okres 24! sekund, wynikły z rozważania kolejowej trójprzedziałowości. Trochę brakuje sensownych odniesień. Powróćmy za to na początek naszej wyliczanki.

Zaczęliśmy od wzmianki, że 10! sekund to sześć tygodni. I ta informacja wydaje się znacznie bardziej fascynująca niż to, że te niezbyt wielkie liczby pod wykrzyknikiem przenoszą w dawne czasy tak wielkimi krokami.

Co w niej takiego ciekawego? Ano to, że *sześć tygodni* oznacza *dokładnie sześć tygodni* – nie żadne circa, w przybliżeniu, czy około. Jeśli zaczniemy mierzyć, powiedzmy, o północy z niedzieli na poniedziałek, to po odmierzeniu 10! sekund znów będzie północ kończąca niedzielę. Dokładnie. Kto nie wierzy, niech przerachuje.

Małą Deltę przygotował Marcin KUCZMA

