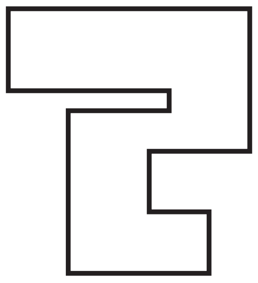
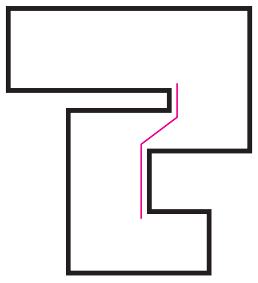
Informatyczny kącik olimpijski (15) – strażnik w muzeum

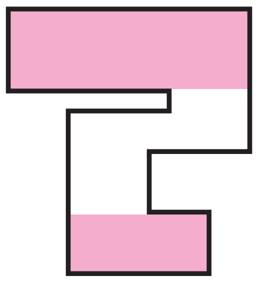

Rys. 1

Weźmy wielokąt, niekoniecznie wypukły, o bokach równoległych do osi układu współrzędnych, mający następującą własność: przecięcie tego wielokąta z dowolną prostą poziomą (tj. równoległą do osi OX) jest jednym odcinkiem (rys. 1).

Wyobraźmy sobie, że ten wielokąt jest planem sali muzealnej. Jaka jest najkrótsza ścieżka o tej własności, że każdy punkt sali można zobaczyć z któregoś punktu ścieżki? Taka ścieżka, przemierzana tam i z powrotem, będzie optymalną marszrutą dla strażnika patrolującego muzeum. Przykład znajduje się na rysunku 2.

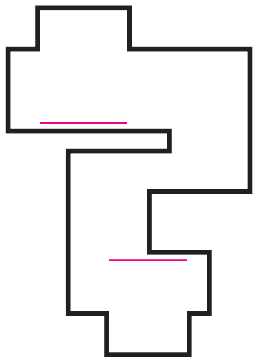

Rys. 2

Gdyby plan muzeum był, na przykład, prostokątem, to wystarczyłaby ścieżka długości zero. Schody zaczynają się, kiedy na planie są „winkle”, które zasłaniają fragmenty muzeum. Pierwsze istotne spostrzeżenie: interesują nas, tak naprawdę, tylko winkle ekstremalne – czyli położony najwyżej i najniżej na planie (rys. 3). Ścieżka musi mieć punkt w każdym z tych obszarów (bo inaczej nie byłoby widać niektórych ich fragmentów), a to oznacza, że będzie z niej widać już całe muzeum. Jedyny kruczek wiąże się z winklami, które powodują, że połączenie góry i dołu muzeum może wymagać skręcania odpowiednio daleko w lewo i w prawo. Wymusza to także pewną ostrożność przy wyborze początku i końca ścieżki.


Rys. 3

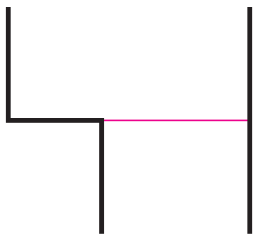
Wiemy, gdzie znajduje się początek i koniec ścieżki – dokładniej, znamy odcinki, na których leżą te dwa punkty (rys. 4). Jeżeli część takiego odcinka pokrywa się ze ścianą muzeum (jak na dole rys. 4), to ją ignorujemy, pozostawiając tylko część w obszarze korytarza, bo lepiej będzie zacząć ścieżkę właśnie od niej. Z kolei jeśli cały odcinek leży na ścianie (u góry rys. 4), to pierwszy fragment ścieżki poprowadzi z tego odcinka wzdłuż ściany do jej rogu. Dalej wystarczy szukać ścieżki prowadzącej z tego rogu.

Pozostało nam znaleźć najkrótszą ścieżkę między zadanymi dwoma odcinkami (lub punktami). Łatwo wyobrazić sobie jej kształt: będzie to łamana, której wierzchołki leżą na odcinku początkowym, odcinku końcowym i w rogach ścian muzeum.


Rys. 4

Musimy zatem wiedzieć, czy dane dwa rogi muzeum „widzą się nawzajem”. Jeśli tak, to możemy między nimi poprowadzić bezpośredni odcinek ścieżki. Musimy też wiedzieć, czy dany róg muzeum jest widoczny z odcinka początkowego lub końcowego. Przyjrzyjmy się dokładniej tej sytuacji. Mamy dwa przypadki – ścieżka do danego rogu prowadziłaby z któregoś z końców odcinka (wtedy te końce możemy traktować jak rogi ścian muzeum), albo z jego punktu wewnętrznego. Ten drugi przypadek opłaca się tylko wtedy, kiedy ścieżka może prowadzić idealnie prostopadle do odcinka. Chcemy zatem wiedzieć, czy z danego rogu można poprowadzić pionową ścieżkę do odcinka początkowego lub końcowego. Warto też upewnić się, czy nie dałoby się po prostu poprowadzić pionowej ścieżki bezpośrednio od początku do końca.

Przyda nam się zbiór *prześwitów*. Dla każdej współrzędnej y, na której znajduje się jakiś róg muzeum, wyznaczmy *prześwit* – odcinek, stanowiący przecięcie prostej poziomej z wielokątem (rys. 5). Dwa rogi widzą się nawzajem wówczas, gdy łączący je odcinek przecina wszystkie prześwity pomiędzy nimi. Podobnie można sprawdzić, czy istnieje ścieżka pionowa z rogu do odcinka początkowego lub końcowego oraz czy od początku do końca da się dojść bezpośrednio jednym odcinkiem pionowym (jest tak, gdy wszystkie prześwity pomiędzy nimi oraz odcinki początkowy i końcowy mają jakąś współrzędną x wspólną).


Rys. 5

I to by było na tyle – korzystając z opisanych obliczeń, możemy dla każdego rogu (w kolejności rosnących lub malejących y) obliczyć najkrótszą ścieżkę od odcinka początkowego do tego rogu, a na tej podstawie wyznaczymy najkrótszą ścieżkę, z której widać całe muzeum. Doprecyzowanie tego algorytmu pozostawiam już Czytelnikowi.

Filip WOLSKI