Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana.** Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie http://www.mimuw.edu.pl/delta/regulamin.html.

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2009

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44 M** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 557 ($WT = 1{,}40$) i 558 ($WT = 2{,}78$) z numeru 3/2008

Janusz Olszewski	Suwałki	45,24
Jerzy Witkowski	Radlin	42,80
Marek Prauza	Poraj	39,95
Marcin Kasperski	Warszawa	38,26
Andrzej Idzik	Bolesławiec	34,99

Dziesięć pełnych okrążeń!
Janusz Olszewski jest drugim uczestnikiem w całej historii ligi zadaniowej, który zdołał tego dokonać.
Gratulujemy wytrwałości i zachęcamy do kontynuowania!

Zadania z matematyki nr 569, 570

Redaguje Marcin E. KUCZMA

569. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o środku O; odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Proste AB i CD przecinają się w punkcie P. Okręgi opisane na trójkątach OBC i ODA przecinają się w punktach O i Q. Dowieść, że $OQ \perp PQ$.

570. Znaleźć wszystkie funkcje f, określone w zbiorze liczb rzeczywistych nieujemnych, o wartościach w tym samym zbiorze, ciągłe prawostronnie w punkcie 0 i spełniające nierówność

$$f\left(\frac{x+y}{1+x+y}\right) \geqslant f(x) + f(y) \qquad \text{dla wszystkich } x, y \geqslant 0.$$

Zadanie 570 zaproponował pan Tomasz Tkocz z Rybnika.

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 I 2009

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 454 ($WT = 1{,}75$), 455 ($WT = 1{,}00$), 456 ($WT = 1{,}84$) i 457 ($WT = 2{,}08$) z numerów 3 i 4/2008

Jerzy Witkowski	Radlin	36,12
Andrzej Nowogrodzki	Chocianów	25,68
Krzysztof Magiera	Łosiów	22,59
Radosław Poleski	Kołobrzeg	21,89
Andrzej Idzik	Bolesławiec	20,18

Zadania z fizyki nr 466, 467

Redaguje Jerzy B. BROJAN

466. Stojący na peronie pasażer włączył stoper w chwili, gdy minął go przód hamującego pociągu metra. Gdy minął go przód drugiego wagonu, stoper pokazał czas $t_1 = 1{,}82\,\mathrm{s}$, a gdy minął go przód trzeciego wagonu, stoper pokazał czas $t_2 = 4{,}05\,\mathrm{s}$. Jeśli pociąg hamuje ze stałym przyspieszeniem, to w jakiej chwili t_3 minie pasażera przód czwartego wagonu?

467. Chmura o kształcie długiego walca o promieniu R składa się z elektronów krążących wokół osi walca w polu magnetycznym o indukcji B skierowanym wzdłuż tej osi. Liczba elektronów na jednostkę objętości n jest stała wewnątrz chmury, a na zewnątrz niej jest próżnia. Znaleźć możliwe prędkości kątowe ω obrotu chmury, oraz maksymalną wartość n, dla której taki ruch elektronów jest możliwy (przy ustalonych pozostałych parametrach). Założyć, że prędkość elektronów jest znacznie mniejsza od prędkości światła.

Rozwiązania łamigłówek bitowych

1. Jeśli zbiory A, B są reprezentowane przez liczby a, b, to $A \cap B$ jest opisane przez $a\ AND\ b$ (jedynka pojawi się tam, gdzie były jedynki w obu zbiorach). Analogicznie $a\ OR\ b$ to suma $A \cup B$, zaś $NOT\ a$ – dopełnienie zbioru A. Przy okazji, $a\ XOR\ b$ odpowiada zbiorowi $A \cup B \setminus A \cap B$.

3. Jakkolwiek dziwnie by to nie wyglądało, wystarczą instrukcje:

```
a := a XOR b
b := a XOR b
a := a XOR b
```

4. Traktujemy plik jak długą liczbę binarną p i generujemy losową liczbę l tej samej długości. Jednemu powiernikowi sekretu przekazujemy l, a drugiemu $p\ XOR\ l$. Każdy z nich ma w zasadzie liczbę losową, więc nie może odgadnąć choćby jednego bitu p. Razem mogą obliczyć $(p\ XOR\ l)\ XOR\ \ l = p$. (To tylko początek bogatej teorii współdzielenia sekretów).

5. Operacja $a\ AND\ (a-1)$ zeruje najmniej znaczącą jedynkę w a, pozostawiając pozostałe cyfry bez zmian. Zatem a jest potęgą dwójki, gdy $a\ AND\ (a-1) = 0$.

6. Tym razem musimy wyzerować wspólne bity liczb a i $(a-1)$, więc zastosujemy operację XOR. Dokładny wynik to $(a\ XOR\ (a-1))/2$.

7. Korzystamy z zadania 5 i zerujemy po kolei jedynki w a:

```
while a>0 do a := a AND (a-1).
```

Jedynek w a jest tyle, co obrotów tej pętli, i tyle też operacji wykonujemy.